

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA – UEFS
DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FORMAS
PERMANENTES REFORÇADAS COM FIBRAS DE SISAL

RAFAELA RODRIGUES DANTAS

FEIRA DE SANTANA
Dezembro/2020

Rafaela Rodrigues Dantas

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FORMAS
PERMANENTES REFORÇADAS COM FIBRAS DE SISAL

Dissertação apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Estadual de Feira de Santana, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Civil e Ambiental.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Lopes Lima
Coorientador: Prof. Dr. Geraldo José Belmonte dos Santos.

FEIRA DE SANTANA

Dezembro/2020

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FORMAS
PERMANENTES REFORÇADAS COM FIBRAS DE SISAL

Rafaela Rodrigues Dantas

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL.

Banca Examinadora:



Paulo Roberto Lopes Lima, D. Sc. (Orientador)
(Universidade Estadual de Feira de Santana)



Geraldo José Belmonte dos Santos, D. Sc (Coorientador)
(Universidade Estadual de Feira de Santana)



José Mário Feitosa Lima, D. Sc.
(Universidade Estadual de Feira de Santana)



Flávio Pietrobon Costa, D. Sc.
(Universidade do Estado da Bahia)

FEIRA DE SANTANA

Dezembro/2020

Ficha Catalográfica - Biblioteca Central Julieta Carteado - UEFS

D215

Dantas, Rafaela Rodrigues

Análise numérica de vigas de concreto armado com formas permanentes reforçadas com fibras de sisal / Rafaela Rodrigues Dantas. – 2020.

115 f.: il.

Orientador: Paulo Roberto Lopes Lima.

Coorientador: Geraldo José Belmonte dos Santos.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, Feira de Santana, 2020.

1. Vigas de concreto armado. 2. Compósitos. 3. Modelagem computacional. 4. Sisal – fibra. 5. Formas permanentes. I. Título. II. Lima, Paulo Roberto Lopes. III. Santos, Geraldo José Belmonte dos. IV. Universidade Estadual de Feira de Santana.

CDU: 666.982:676.034.5

AGRADECIMENTOS

A única forma para se ter um crescimento pessoal bem-sucedido é tomar como base a educação. Nessa intenção decidi me mudar para um outro estado e começar o mestrado. Percebi que os planos de Deus para mim nessa nova vida eram muito maiores do que eu imaginava, eu e Ele sabemos muito bem o porquê. Te agradeço imensamente Deus, por tudo que tens feito por mim.

Minha profunda gratidão também a todos que me apoiaram e que se dispuseram a abrir mão da convivência diária para que eu pudesse embarcar nesse sonho, especialmente à minha mãe Juziene e vó Angelita. Vocês são minha base, amo muito vocês.

Aos professores Paulo e Belmonte pela confiança na condução desse trabalho, por cada direcionamento e orientação. Aos professores Gadéa e Cintia que me acolheram em tempos difíceis de uma forma que nunca esquecerei. Imensa gratidão também a Mércurie e Maurício por todo auxílio e parceria, também algo que nunca esquecerei. Mari, gratidão pela amizade, sem dúvidas foi muito importante nessa caminhada e um presente do PPGECEA.

Não poderia deixar de citar meus laços profundos que criei em Feira de Santana e que certamente levarei por toda vida. Meu amor Junior, obrigada por toda paciência nos meus momentos escuros, por não me deixar desanimar e pelo companheirismo durante esses anos. Agradeço imensamente a família que se tornou minha também, vó Neide, vó Jacy, vô Tonho, Valéria, Cal, Estela, Emília, Eliza, Elma, Bia, André, Edy, Elaine, Kauan e Gean, obrigada por tornarem essa caminhada mais leve. Minha irmã Mari, obrigada por nunca soltar minha mão. Às minhas raízes sergipanas, meus amores Mika, Leys, Renata e Rosely, obrigada por todos esses anos de amizade, por todo apoio e por me acompanharem em cada fase da vida. Para todos que citei, amo vocês.

Agradeço à CAPES, pelo apoio financeiro ao projeto.

À toda equipe do PPGECEA e ao LAMEC por me fornecer os equipamentos necessários para que fosse possível a realização desse trabalho.

A obtenção desse título representa a realização de um sonho que por muito tempo parecia distante e impossível, uma superação pessoal, que me deu uma percepção de uma força que nem eu sabia que existia em mim.

Resumo da dissertação apresentada ao PPGECEA/UEFS como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FORMAS PERMANENTES REFORÇADAS COM FIBRAS DE SISAL

Rafaela Rodrigues Dantas

Dezembro/2020

Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Lopes Lima

Coorientador: Prof. Dr. Geraldo José Belmonte dos Santos

Programa: Engenharia Civil e Ambiental

Para a fabricação de vigas em concreto armado, na maioria das vezes, são utilizadas formas em madeira e aço, porém, por questões de custo e sustentabilidade, vêm se mostrando necessário buscar alternativas sustentáveis, racionais e de mais baixo custo. O uso de formas em concreto reforçado com fibras vegetais é uma proposta sustentável e eficiente que tem sido desenvolvida recentemente, mas testada apenas para vigas de pequeno vão. Este trabalho tem como objetivo a modelagem computacional e análise do comportamento mecânico de vigas de concreto armado com a incorporação das formas permanentes compósitas de matriz cimentícia com diferentes espessuras de forma e vão livre das vigas. A modelagem foi feita com o uso do software de análise por elementos finitos FEMIX. Os parâmetros dos modelos teóricos dos materiais usados foram obtidos a partir de resultados dos ensaios de flexão de placas compósitas e viga de referência de concreto armado apresentados na literatura. Inicialmente, foram feitas simulações do comportamento sob flexão das formas, utilizando-se de elementos finitos de casca e sólido, e das vigas em concreto armado, com elementos em estado plano de tensão e sólido 3D. Em seguida, foram simuladas as vigas associadas com as formas, utilizando elementos sólidos para as vigas e formas. Por fim, foram modeladas as formas permanentes, utilizando-se de elementos de casca, variando comprimentos e espessuras, para que fosse analisado o comportamento dessas formas em diferentes situações. As simulações numéricas apresentaram boa aproximação com os resultados experimentais. Nos estudos paramétricos de variações de vãos e espessuras das formas foi possível perceber que o comprimento do vão e variação de espessura interferem diretamente na rigidez da estrutura, bem como nas cargas máximas que a estrutura pode suportar, como era de se esperar.

Palavras chave: Compósitos; Modelagem Computacional; Formas Permanentes.

Abstract of dissertation presented to PPGECEA/UEFS as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M. Sc.)

NUMERICAL ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS WITH PERMANENT FORMWORK OF SISAL FIBER-CEMENT COMPOSITES

Rafaela Rodrigues Dantas

December/2020

Advisor: Paulo Roberto Lopes Lima

Co-advisor: Geraldo José Belmonte dos Santos

Department: Civil and Environmental Engineering

For the manufacture of reinforced concrete beams, in most cases, wood and steel forms are used, however, for reasons of cost and sustainability, it has been necessary to seek sustainable, rational and lower cost alternatives. The use of concrete forms reinforced with vegetable fibers is a sustainable and efficient proposal that has been developed recently, but tested only for small span beams. This work aims at computational modeling and analysis of the mechanical behavior of reinforced concrete beams with the incorporation of permanent composite forms of cementitious matrix with different thicknesses of shape and free span of the beams. The modeling was done using the FEMIX finite element analysis software. The parameters of the theoretical models for the materials were obtained from the results of the composite plate bending tests and also the reinforced concrete reference beam, presented in the literature. Initially, simulations of the behavior under bending of forms were made using shell and solid elements, after the reinforced concrete beams in the plane state of stress and with 3D solid elements and, finally, the beams associated with the forms, using solid elements. Finally, permanent forms were modeled using shell elements, varying lengths and thicknesses, so that the behavior of these shapes in different situations could be analyzed. The numerical models showed a good approximation with the experimental result. In parametric studies of variations in spans and thicknesses it was possible to notice that the length of the span and thickness variation directly interfere in the rigidity of the structure, as well as in the maximum loads that the structure can support.

Keywords: Composites; Computational Modeling; Permanent Formwork.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 OBJETIVO GERAL	17
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	18
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1 COMPORTAMENTO DO MATERIAL DE BASE CIMENTÍCIA	19
2.2 COMPÓSITOS DE MATRIZ CIMENTÍCIA REFORÇADOS COM FIBRAS	21
2.2.1 Compósitos reforçados com fibras de sisal	23
2.2.2 Comportamento mecânico de compósitos de matriz cimentícia reforçados com fibras vegetais	26
2.3 FORMAS PERMANENTES DE MATERIAL COMPÓSITO.....	27
2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MATERIAL CIMENTÍCIO.....	34
2.4.1 Mecânica da Fratura	34
2.4.2 Modelos de Plasticidade	45
2.4.3 Modelo de Dano Contínuo	47
2.5 MODELOS DE CONCRETO FISSURADO VIA ELEMENTOS FINITOS	49
2.5.1 Modelo de fissuração discreta	49
2.5.2 Modelo de fissuração distribuída	50
2.5.3 Modelo de fissuração incorporada	53
2.6 MODELAGEM COMPUTACIONAL DE COMPÓSITOS CIMENTÍCIOS VIA FEMIX	54
3 METODOLOGIA	60
3.1 CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS PARA O MATERIAL COMPÓSITO	60
3.1.1 Geração da malha	61
3.1.2 Representação do compósito e condições de contorno	62
3.1.3 Dados de entrada no programa	64
3.2 MODELAGEM DA FORMA PERMANENTE DE COMPÓSITO REFORÇADO COM FIBRA DE SISAL	67
3.3 CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONCRETO ARMADO.....	69

3.3.1 Representação da viga de concreto armado, geração de malha e condições de contorno	69
3.3.2 Dados de entrada no programa	71
3.4 MODELAGEM DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FORMAS PERMANENTES REFORÇADAS COM FIBRAS CURTAS DE SISAL.....	73
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	75
4.1 CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS PARA O MATERIAL COMPÓSITO	75
4.1.1 Placas extraídas da forma com 4% de fibras	75
4.1.2 Placas extraídas da forma com 6% de fibras	77
4.2 MODELAGEM DA FORMA PERMANENTE.....	80
4.2.1 Formas permanentes com 4% de fibra.....	80
4.2.2 Formas permanentes com 6% de fibra.....	85
4.3 ESTUDO PARAMÉTRICO COM FORMAS PERMANENTES.....	88
4.3.1 Formas permanentes com 4% de fibra, 2m de vão, variando de 1cm a 3cm de espessura.....	89
4.3.2 Formas permanentes com 4% de fibra, 3m de vão, variando de 1cm a 3cm de espessura.....	90
4.3.3 Formas permanentes com 4% de fibra, 4m de vão, variando de 1cm a 3cm de espessura.....	92
4.3.4 Formas permanentes com 6% de fibra, 2m de vão, variando de 1cm a 3cm de espessura.....	93
4.3.5 Formas permanentes com 6% de fibra com 3m de vão variando de 1cm a 3cm de espessura.....	94
4.3.6 Formas permanentes com 6% de fibra com 4m de vão variando de 1cm a 3cm de espessura.....	96
4.4 MODELAGEM DA VIGA DE CONCRETO ARMADO.....	98
4.5 MODELAGEM DA VIGA DE CONCRETO ARMADO COM FORMA PERMANENTE...	100
5 CONCLUSÃO	104
REFERÊNCIAS	105

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação típica de fissuração induzida pelo carregamento biaxial (DRAGON, 1976 apud PITUBA, 1998)	20
Figura 2 - Mecanismo de transferência de tensões entre a matriz e as fibras.....	21
Figura 3 - Classificação dos materiais compósitos quanto a topologia (ou arranjo) do reforço.....	23
Figura 4 - Comportamento típico de ensaio à tração direta com queda de resistência após primeira fissura, strain-softening (a) e aumento de resistência pós-fissuração, strain-hardening (b)	27
Figura 5 - Ensaio de flexão com carga distribuída	30
Figura 6 - Resultados do ensaio de flexão com carga distribuída das formas com 6% e 4% de fibra (a), fissuração da forma com 4% (b), fissuração da forma com 6% de fibra (c).....	31
Figura 7 - Placas extraídas para ensaio de flexão com 4 pontos.	31
Figura 8 - Curvas Tensão-Deslocamento das placas extraídas do fundo (a) e da lateral (b) das formas..	32
Figura 9 - Ensaio de Flexão com 4 pontos (a) esquema (b)	33
Figura 10 - Curva carga-deslocamento dos ensaios de flexão com quatro pontos das vigas com formas F4 e F6 (4% e 6% de fibras) e sem forma (F0).....	33
Figura 11 - Diferentes tipos de relações tensão-deformação de materiais: (a) frágeis, (b) dúcteis, (c) quase-frágeis.....	35
Figura 12 - Falhas estruturais baseadas em diferentes materiais: (a) falha frágil, (b) falha dúctil e (c) falha quase-frágil	36
Figura 13 - Modos de carregamento que podem ser aplicados a uma trinca: (a) tração; (b) cisalhamento planar; (c) cisalhamento antiplanar	38
Figura 14 - Modelo de faixa de escoamento proposto por Dugdale e Barenblatt representando a zona plástica na ponta da trinca.....	39
Figura 15 - Fases de carregamento, amolecimento e descarregamento dos modelos de trinca coesiva..	40
Figura 16 - Princípio do modelo de fissuração de Hillerborg et al: (a) curva tensão deslocamento completa (b) curva tensão-deformação para a seção sem fissuração e (c) curva tensão-abertura de fissura para a seção fissurada	41
Figura 17 - Separação da curva tensão-deformação na tração, de acordo com o modelo de trinca fictícia de Hillerborg	42
Figura 18 - Tensões na ponta da fratura (a) Mecânica da Fratura linear (b) Mecânica da Fratura não-linear (c) Modelo da trinca fictícia.....	44
Figura 19 - Modelo de banda de fissura proposto por Bazant e Oh (1983)	46
Figura 20 - Modelos de falha do concreto baseados na teoria da plasticidade (CHEN e HAN, 1988)	46

Figura 21 - Tipos de modelos de comportamentos para representar o amolecimento (softening) do concreto.....	47
Figura 22 - Tensão efetiva e equivalência de deformação no volume representativo de corpo danificado e parte não danificada, sob carga uniaxial.....	48
Figura 23 - Representação do modelo de fissuras discretas.....	50
Figura 24 - Representação do modelo de fissuras distribuídas.....	50
Figura 25 - Propagação de fissuras em modelos distribuídos.....	51
Figura 26 - Sistema de coordenadas locais e tração através de uma fissura.....	52
Figura 27 - Estados possíveis de uma fissura.....	56
Figura 28 - Modelo numérico para o compósito.....	57
Figura 29 - Comparação da relação carga/deslocamento experimental e numérica.....	59
Figura 30 - (a) Viga modelo para ensaios experimentais; (b) Seção transversal de viga com forma permanente.....	60
Figura 31 - Diagrama tensão x deformação trilinear do comportamento de tração pós-fissuração para compósitos.....	61
Figura 32 - Representação da área modelada (um quarto da área total) das placas extraídas das formas (Leite, 2019) (dimensões em mm). E ponto monitorado no centro da placa.....	62
Figura 33 - Elementos utilizados no modelo (a) Casca de 8 nós (b) Sólido 3D de 20 nós.....	63
Figura 34 – Placas simuladas com restrições de graus de liberdade, dimensão dos elementos e pontos de aplicação de carga (a) malha com elementos de casca (b) malha com elementos de sólido (dimensões em mm).....	64
Figura 35 – Formas simuladas com restrições de graus de liberdade e pontos de aplicação de carga (a) malha com elementos de casca (b) malha com elementos de sólido (dimensões em mm).....	68
Figura 36 - Elementos utilizados no modelo (a) Sólido 3D para o concreto (b) Barra para o aço.....	70
Figura 37 - Vigas de concreto armado simuladas com restrições de graus de liberdade e pontos de aplicação de carga (a) malha EPT (b) malha com elementos de sólido (dimensões em mm).....	71
Figura 38 - Vigas de concreto armado com incorporação de formas compósitas simuladas com restrições de graus de liberdade e pontos de aplicação de carga (a) malha EPT (b) malha com elementos de sólido (dimensões em mm).....	74
Figura 39 - Comparação das relações Tensão-Deslocamento registradas experimentalmente e obtidas numericamente das placas extraídas do fundo da forma com 4% de fibra de Leite (2019), com elementos de casca e sólido.....	76
Figura 40 - Comparação das relações Tensão-Deslocamento registradas experimentalmente e obtidas numericamente das placas extraídas da parede da forma com 4% de fibra de Leite (2019), com elementos de casca e sólido.....	76
Figura 41 - Comparativos para placa extraída da parede da forma de 4% (a) deformação e fissuração experimental (b) deformação e fissuração numérica.....	77

Figura 42 - Comparação das relações Tensão-Deslocamento registradas experimentalmente e obtidas numericamente das placas extraídas do fundo da forma com 6% de fibra de Leite (2019), com elementos de casca e de sólido	78
Figura 43 - Comparação das relações Tensão-Deslocamento registradas experimentalmente e obtidas numericamente das placas extraídas da parede da forma com 6% de fibra de Leite (2019), com elementos de casca e de sólido	78
Figura 44 - Comparativos para placa extraída da parede da forma de 6% (a) deformação e fissuração experimental (b) deformação e fissuração numérica	79
Figura 45 - Comparação do gráfico carga-deslocamento dos resultados experimentais com numéricos das formas permanentes com 4% de fibra com elementos de casca.....	80
Figura 46 - Comparação de forma permanente com 4% de (a) fibra experimental e (b) numérica com elementos de casca.....	82
Figura 47 - Comparação do gráfico carga-deslocamento dos resultados experimentais com numéricos das formas permanentes com 4% de fibra com elementos tridimensionais.	83
Figura 48 - Comparação de forma permanente com 4% de (a) fibra experimental e (b) numérica com elementos de sólido.....	84
Figura 49 - Comparação do gráfico carga-deslocamento dos resultados experimentais com numéricos das formas permanentes com 6% de fibra com elementos de casca.....	85
Figura 50 - Comparação do gráfico carga-deslocamento dos resultados experimentais com numéricos das formas permanentes com 6% de fibra com elementos de sólido.....	85
Figura 51 - Comparação de forma permanente com 6% de (a) fibra experimental e (b) numérica com elementos de casca.....	87
Figura 52 - Comparação de forma permanente com 6% de (a) fibra experimental e (b) numérica com elementos de sólido.....	87
Figura 53 - Estudo paramétrico com variação de vãos e espessuras.	88
Figura 54 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 4% de fibras, 2m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm)	89
Figura 55 - Mapa de fissuração para formas de 4% de fibras com 2m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).....	90
Figura 56 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 4% de fibras, 3m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm)	91
Figura 57 - Mapa de fissuração para formas de 4% de fibras com 3m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).....	92
Figura 58 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 4% de fibras, 4m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm)	93
Figura 59 - Mapa de fissuração para formas de 4% de fibras com 3m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).....	93
Figura 60 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 6% de fibras, 2m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm)..'	94

Figura 61 - Mapa de fissuração para formas de 6% de fibras com 2m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).....	94
Figura 62 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 6% de fibras, 3m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm)	95
Figura 63 - Mapa de fissuração para formas de 6% de fibras com 3m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).....	97
Figura 64 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 6% de fibras, 4m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm)	97
Figura 65 - Mapa de fissuração para formas de 6% de fibras com 4m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).....	98
Figura 66 - Comparativo de gráfico carga-deslocamento das vigas de referência de Leite (2019) experimentais com curva numérica (a) no Estado Plano de Tensões (b) com elementos de sólido)	99
Figura 67 - Comparação de viga de referência (a) no estado plano de tensão e (b) utilizando elementos de sólido	100
Figura 68 – Comparativo das curvas carga-deslocamento entre formas com vigas com 4%, 6% de fibras e vigas de referência (a) experimental (b) numérico.....	101
Figura 69 - Comparação de viga de concreto armado com forma permanente de 4% de fibra (a) experimental (b) utilizando elementos de sólido.....	102
Figura 70 -Comparação de viga de concreto armado com forma permanente de 6% de fibra (a) experimental (b) utilizando elementos de sólido.....	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades físicas e mecânicas de algumas fibras naturais e fibras sintéticas (minerais)	23
Tabela 2 - Caracterização do material compósito	29
Tabela 3 – Diferentes abordagens da curva $\sigma(w)$	41
Tabela 4 - Tipos de elementos finitos disponíveis no FEMIX 4.0	54
Tabela 5 - Valores dos parâmetros dos modelos constitutivos utilizados nas simulações numéricas	57
Tabela 6 - Valores dos parâmetros do modelo constitutivo utilizado nas simulações numéricas (obtidos através de análise inversa).....	57
Tabela 7 - Parâmetros adotados no modelo constitutivo do compósito com 4% de fibra se utilizando de elementos de casca e de sólido.....	64
Tabela 8 - Parâmetros adotados no modelo constitutivo do compósito com 6% de fibra se utilizando de elementos de casca e de sólido.....	65
Tabela 9 - Parâmetros adotados no modelo constitutivo do compósito.....	66
Tabela 10 - Valores de energia de fratura em função do diâmetro máximo do agregado.	71
Tabela 11 - Parâmetros adotados no modelo constitutivo do concreto armado	72

LISTA SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

ACI	American Concrete Institute
α_{th}	Ângulo entre fissuras
β	Fator de retenção ao cisalhamento
CEB	Comitê de Concreto Euro-Internacional
CTOD	Medida de tenacidade “deslocamento de abertura da ponta da trinca”
d_a	Diâmetro máximo do agregado
$[^sD]$	Matriz constitutiva secante local
ε	Medida de deformação uniaxial
ε^{cr}	Deformação na zona de processo de fratura
$\{\varepsilon_i\}$	Vetor de deformações no sistema local
$\xi_1, \xi_2, \alpha_1, \alpha_2$	Parâmetros do diagrama trilinear
$\varepsilon_{n,u}^{cr}$	Deslocamento último do diagrama trilinear
E	Módulo de elasticidade
f_{cm}	Resistência média à compressão do concreto
f_{ct}	Resistência a compressão
F_{cr}	Carga crítica
f_{ct}	Resistência a tração
G	Taxa de liberação de energia
G_f	Energia de Fratura
h	Largura fixa para o modelo de banda de fissura
J	Medida de tenacidade “integral J”
K_t	Fator de concentração de tensões
l_{ch}	Comprimento característico
μ	Fator de redução de rigidez no modo I
n	Direção normal à fissura (Modo I de fissuração)
n_a	Constante empírica de Bazant e Oh (1983)
p_1	Fator de retenção ao cisalhamento
s	Direção tangencial de fissuração
t	Direção tangencial de fissuração
σ_e	Tensão de escoamento
$\{\sigma_l\}$	Vetor de tensões no sistema local
$\sigma_{máx}$	Tensão máxima
σ_N	Tensão normal
$\sigma(w)$	Função tensão versus deslocamento abertura de fissura

ν	Coeficiente de Poisson
w_c	Abertura de fissura

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas a modelagem e simulação numérica (ou computacional) têm sido de grande importância nas áreas da engenharia, muito devido ao grande desenvolvimento e disponibilidade dos recursos computacionais de hardware e computação gráfica, que vêm permitindo a solução aproximada de modelos matemáticos complexos por meio de métodos numéricos já consagrados (e.g. elementos finitos, volumes finitos, elementos de contorno etc), usando, em muitos casos, interfaces amigáveis para entrada dos dados e análise dos resultados. Isso tem permitido o desenvolvimento de novos produtos de forma mais rápida e otimizada, reduzindo os custos e o tempo, principalmente na fase dos testes experimentais.

Novos materiais compósitos são desenvolvidos a cada dia, possibilitando a composição de características que os materiais tradicionais não possuem isoladamente, permitindo, no caso de compósitos cimentícios, a incorporação de resíduos e materiais renováveis (e.g. fibras vegetais) que ajudam a mitigar os impactos ambientais gerados pela indústria da construção civil, num contexto de exigências globais por sustentabilidade ambiental. Nesse sentido, as fibras vegetais vêm se mostrando extremamente vantajosas no reforço de matrizes cimentícias em compósitos, já que são abundantes, renováveis, atóxicas, de baixo custo, baixa densidade e possuem boa resistência mecânica, entre outras vantagens.

Particularmente, as fibras de sisal são uma boa opção de reforço para matrizes cimentícias, pois possuem excelente resistência mecânica e já há diversos estudos sobre suas características isoladas e no compósito cimentício, comprovando seu bom desempenho. Além disso, a Bahia é o Estado onde se cultiva 95% do sisal em todo o Brasil, sendo um dos produtos agrícolas que mais gera impostos para o estado em toda a sua cadeia produtiva, empregando mais de meio milhão de pessoas, a maioria na região do semiárido (SUINAGA *et al*, 2006). Nesse sentido, o desenvolvimento de novos produtos que utilizem a fibra de sisal como reforço em compósitos agregará valor ao produto, melhorando as condições de vida das pessoas nas regiões produtoras das fibras, as quais são, na maioria das vezes, regiões pobres (MELO FILHO, 2012).

As construções que usam o concreto armado moldado *in loco* necessitam de formas para a moldagem do elemento estrutural. Tais formas podem ser temporárias, que são retiradas após o concreto adquirir capacidade portante, ou permanentes, as quais são incorporadas ao elemento estrutural, tendo como vantagens a diminuição de resíduos da construção e otimização do tempo de construção. Elas podem, ou não, ter

função estrutural, o que será determinado de acordo com o material adotado em sua fabricação.

Rosenthal e Bljoger (1985) iniciaram os estudos com formas permanentes de material compósito para vigas de concreto armado e posteriormente Fahmy *et al.* (2005, 2014) e Tawab *et al.* (2012) aprofundaram-se nesses estudos, trazendo como resultados formas autoportantes que melhoram o comportamento da viga no sentido de aumentar a capacidade de manutenção de carga, o controle de fissuração e as propriedades de absorção de energia.

Leite (2019) realizou estudos experimentais em formas fabricadas com compósitos cimentícios reforçados com fibras de sisal para vigas de concreto e obteve resultados os quais evidenciaram que as formas compósitas possuíam capacidade portante para dispensar o uso de escoramentos com as cargas de serviço, além de aumentar a rigidez flexional no Estádio II.

Além dos estudos experimentais muitas pesquisas vêm utilizando a modelagem computacional, baseada principalmente no método dos elementos finitos, para simular e analisar o comportamento mecânico de elementos estruturais de base cimentícia, utilizando teorias, tais como: Elasticidade, Laminados, Mecânica da Fratura, Dano, Plasticidade e Viscoplasticidade (D'ÁVILA, 2003; MENIN *et al.*, 2009; PACHECO, 2013). É sabido que o concreto é um compósito complexo, exibindo um comportamento dúctil, quando confinado e submetido a carga de compressão, e frágil, quando sujeito a carga de tração. Com a incorporação das barras de aço como reforço, melhora-se o desempenho mecânico, mas aumenta-se o nível de complexidade na modelagem, tendo os seguintes elementos com comportamentos distintos: argamassa (cimento hidratado + agregado miúdo e aditivos), agregado graúdo, interface entre a argamassa e o agregado graúdo, reforço longitudinal, reforço cisalhante, interface entre reforços e a argamassa. Em geral, modela-se macroscopicamente o compósito cimentício (cimento hidratado e agregados), incluindo as fibras curtas, quando for o caso, como material homogêneo e isotrópico, inicialmente, incorporando-se os diversos fenômenos microscópicos na composição de modelos matemáticos que podem incluir fratura distribuída, dano e plasticidade. As barras de aço longitudinais, e em alguns casos as de cisalhamento, usadas no concreto armado, são modeladas individualmente e incorporadas no material cimentício através de vínculos (LIMA, 2004; SANTOS, 2009; BAGHI *et al.*, 2017; LIMA *et al.*, 2017; LIMA *et al.*, 2018).

O estudo proposto neste trabalho é a análise numérica do comportamento mecânico de vigas de concreto armado com a incorporação das formas permanentes compósitas de matriz cimentícia reforçada com fibras curtas de sisal. A modelagem computacional foi calibrada com os resultados experimentais de Leite (2019).

Inicialmente foram feitas simulações do comportamento sob flexão das formas, depois das vigas em concreto armado e, por fim, das vigas associadas com as formas. Para tal, foi utilizada a versão 4.0 do *software* FEMIX, que se baseia no Método dos Elementos Finitos (MEF) para análise de estruturas e que possui modelos de comportamento não linear de materiais, incluindo o elastoplástico para as barras de aço, e de mecânica de fratura com fissuração distribuída, juntamente com elastoplasticidade, para os materiais de base cimentícia (GOUVEIA *et al.*, 2006).

Os resultados obtidos na análise numérica foram confrontados com os resultados dos experimentos desenvolvidos no Laboratório de Estruturas (LABEST) da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) e que constam no trabalho de Leite (2019). Estas análises são de grande importância visto que podem estender os resultados experimentais para diversas condições não cobertas pelos ensaios iniciais, reduzindo os custos financeiros e de tempo na avaliação do produto proposto, que é a forma permanente de material compósito reforçado com fibras curtas de sisal.

1.1 OBJETIVO GERAL

Modelar computacionalmente e analisar o comportamento mecânico de formas permanentes de matriz cimentícia reforçada com fibras curtas de sisal para uso em vigas de concreto armado.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Calibrar modelo computacional do comportamento mecânico do material compósito de base cimentícia reforçado com fibras curtas de sisal, utilizando os resultados dos ensaios experimentais de Leite (2019);
- Modelar computacionalmente e avaliar o comportamento mecânico das formas permanentes fabricadas do material compósito;
- Calibrar o modelo computacional da viga de concreto armado, utilizando os ensaios experimentais com as vigas de referência;
- Modelar computacionalmente e analisar as vigas de concreto armado com forma permanente de material compósito.
- Realizar estudo paramétrico para testar as formas permanentes com variações de vãos e espessuras.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho está apresentado em capítulos, conforme descrito a seguir:

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO – Esse capítulo apresenta e contextualiza o problema estudado neste trabalho, contendo os respectivos objetivos e justificativas.

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – Neste capítulo consta uma breve introdução aos modelos de comportamento, tais como: Mecânica da Fratura, Modelos de Plasticidade, Mecânica do Dano e utilizações de modelos de concreto fissurado por meio do Método dos Elementos Finitos. São apresentados também pontos relevantes relacionados aos compósitos de matriz cimentícia reforçados com fibras, como seu comportamento mecânico, pesquisas relacionadas, bem como sua aplicação em formas permanentes. Por fim é apresentado o FEMIX, programa computacional utilizado no presente trabalho.

CAPÍTULO 3: METODOLOGIA – Neste capítulo é descrita a metodologia utilizada para a elaboração da modelagem numérica, no âmbito de utilização do software e todas as etapas das análises realizadas.

CAPÍTULO 4: RESULTADOS E DISCUSSÕES – No capítulo 4 constam os resultados obtidos na modelagem numérica. São feitas comparações entre curvas carga-deslocamento experimentais e numéricas, apresentados os mapas de fissuração e também a representação da estrutura deformada baseada nos deslocamentos dos nós que foram monitorados experimentalmente.

CAPÍTULO 5: CONCLUSÕES – Este capítulo apresenta as considerações finais sobre os resultados obtidos e sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 COMPORTAMENTO DO MATERIAL DE BASE CIMENTÍCIA

O comportamento mecânico dos materiais compósitos de base cimentícia reforçados com fibras varia em função das propriedades da matriz cimentícia, bem como dos tipos, tamanhos e arranjos de fibras utilizadas, podendo as fibras induzirem um comportamento de endurecimento ou amolecimento, com ganho de resistência e/ou aumento de ductilidade e tenacidade.

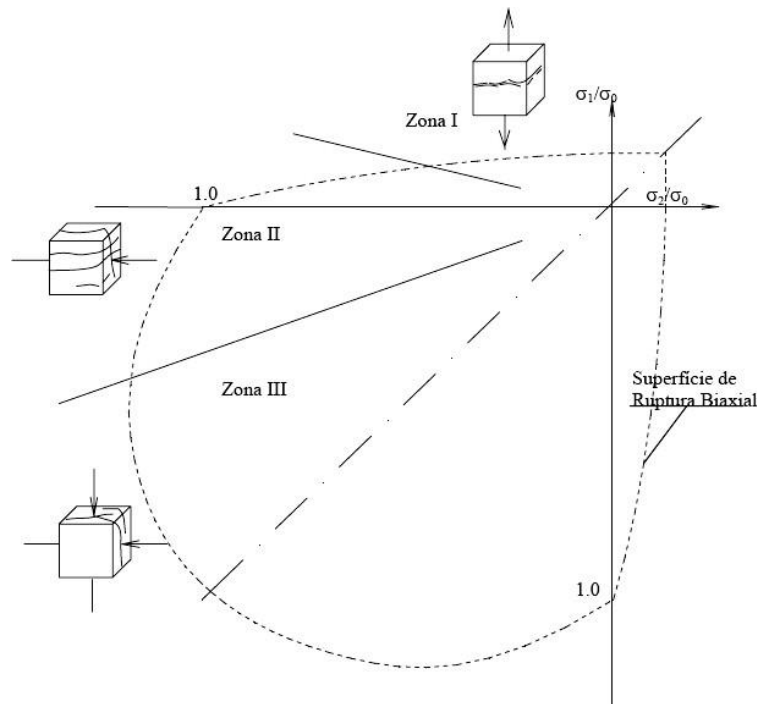
O material de base cimentícia, em geral, possui um comportamento mecânico complexo devido aos seus múltiplos constituintes básicos (e.g. cimento hidratado, agregados e zona de transição interfacial) e as discontinuidades: poros, vazios, inclusões e microfissuras. Todos esses elementos induzem no material sob carregamento: (i) um comportamento pós-fissuração de amolecimento por deformação (*strain softening*) sob tração; (ii) deterioração progressiva das propriedades; (iii) dilatação volumétrica; (iv) anisotropia (ou ortotropia) induzida pela fissuração; (v) assimetria de resposta à tração e à compressão.

A zona de transição interfacial entre pasta cimentícia e agregado macroscópico possui ligações químicas mais fracas do que a pasta, gerando um número maior de vazios e microfissuras na região devido às condições de hidratação (e.g. relação água/cimento), o que provoca a diminuição da resistência do concreto (MEHTA e MONTEIRO, 2006). Vale ressaltar que tal condição continua válida mesmo para a adição de fibras naturais, prejudicando a aderência fibra-matriz.

De acordo com Mier (1997) e Pituba (1998) as microfissuras existentes em todo compósito cimentício, mesmo antes de qualquer carregamento, deve-se, dentre outras coisas, ao processo de segregação dos constituintes, retração e expansão térmica devido a liberação de calor durante a fase inicial da hidratação (cura), gerando dano inicial que evolui com o carregamento.

Conforme mostrado na Figura 1 o material de base cimentícia sob estado de tensões uniaxial ou biaxial pode desenvolver fissuras em planos perpendiculares à direção da tensão principal máxima ou segundo planos perpendiculares à direção de maior alongamento, gerando anisotropia.

Figura 1 - Representação típica de fissuração induzida pelo carregamento biaxial.



Fonte: Dragon, 1976 apud Pituba, 1998

A partir de determinado nível de carga de tração, mesmo antes da carga de pico, as microfissuras localizadas, principalmente, na zona de transição interfacial, se propagam, gerando no nível macroscópico deformações permanentes. Tais deformações evoluem na fase de carregamento pós-pico devido às fissuras discretas. Já em relação à compressão, quando um corpo de prova de concreto é submetido a tal carregamento as microfissuras começam a se propagar a cerca de 30% da carga de pico e evoluem progressivamente até a perda de rigidez instável, produzindo um comportamento não-linear macroscópica e com característica inelástica. Vale salientar que o comportamento do concreto sob carga de compressão é fortemente dependente do confinamento lateral, de tal forma que quanto maior a tensão de compressão de confinamento o material passa de comportamento quase-frágil para quase-dúctil, exibindo maior ductilidade (PITUBA, 1998; MIER, 1985; LUBARDA e KRAJCINOVIC, 1995)

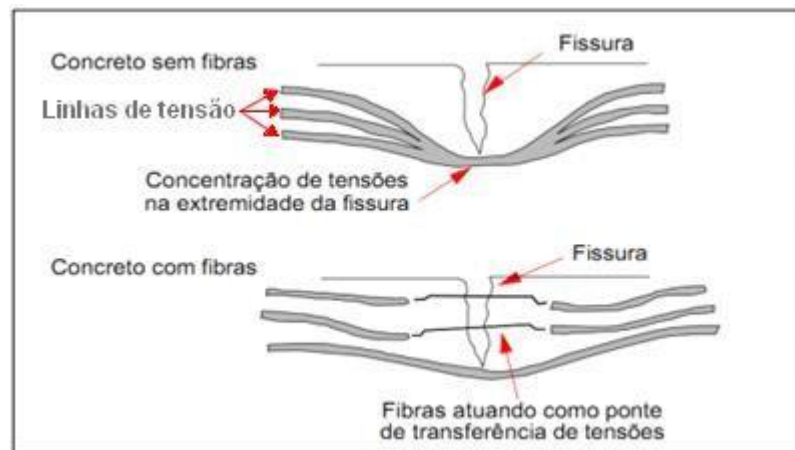
Por fim, um corpo de prova, submetido à carga de tração, desenvolve fissuras macroscópicas no estágio pós-pico, gerando perda de rigidez à tração. Se a carga é invertida, passando a ser de compressão, as trincas são fechadas e observa-se que a rigidez (módulo de elasticidade) inicial é recuperada (PITUBA, 1998).

2.2 COMPÓSITOS DE MATRIZ CIMENTÍCIA REFORÇADOS COM FIBRAS

Materiais compósitos fibrosos com base cimentícia são constituídos, de uma matriz, formada de pasta de cimento (cimento hidratado), argamassa (pasta e agregado miúdo) ou de concreto (argamassa e agregado graúdo) e fibras (curtas ou longas). O concreto é bastante utilizado na construção civil por ser de fácil fabricação e moldagem no estado fresco, além de possuir alta resistência a compressão quando endurecido.

Porém, o concreto é classificado como um material frágil pela sua baixa capacidade de deformação, especialmente quando submetido à tração, que é o esforço para o qual a resistência é muito menor do que a compressão. Segundo Mehta e Monteiro (2008) pode-se atribuir a baixa resistência à tração do concreto à sua grande dificuldade de interromper a propagação de fissuras quando submetido a esse tipo de sollicitação. Uma das alternativas para amenizar esta desvantagem é a adição de fibras à matriz.

Figura 2 - Mecanismo de transferência de tensões entre a matriz e as fibras.



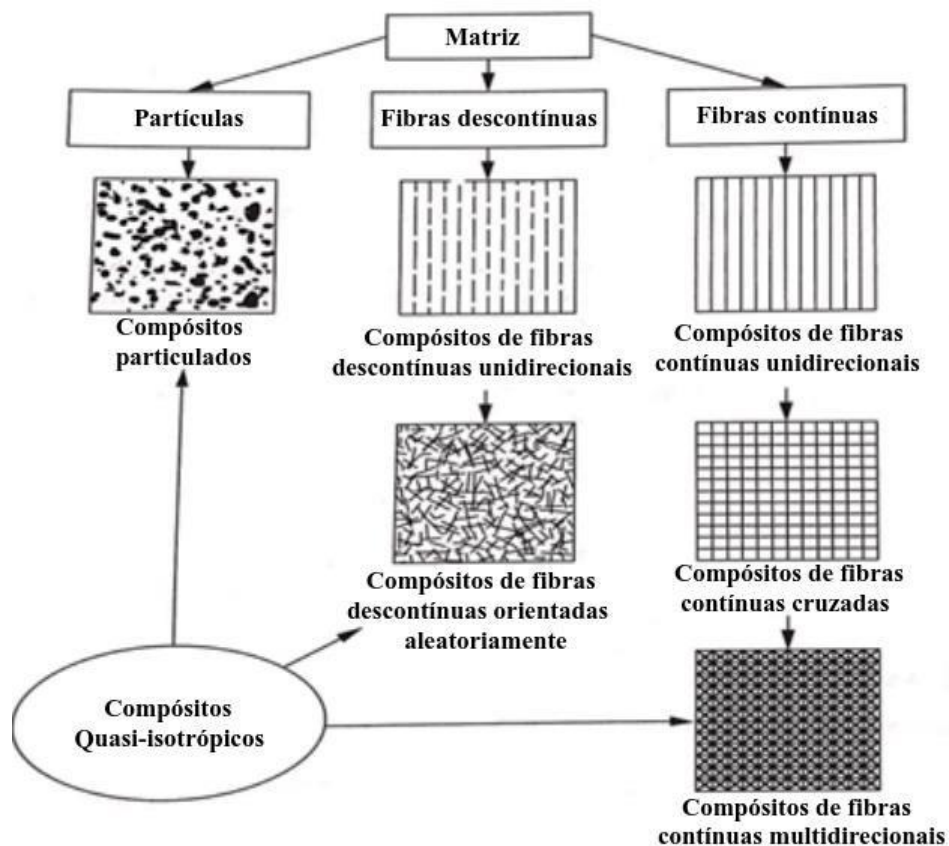
Fonte: Medeiros, 2012.

De acordo com Medeiros (2012), no concreto sem fibras, uma fissura representa uma barreira à propagação do fluxo de tensões, ou seja, promove uma concentração de tensões (Figura 2). Neste caso, a ruptura deste material se dá de forma abrupta (característica de material frágil). Porém, no concreto reforçado com fibras, existe uma transferência de tensões através das fibras, fazendo com que a propagação de fissuras nesse material exija uma maior quantidade de energia e se dê de forma mais lenta (ou dúctil), apresentando um aumento de resistência e principalmente da tenacidade e ductilidade pós-fissuração (LIMA, 2004; RAHUMAN *et al*, 2015; LIMA *et al*, 2013).

De acordo com Bentur e Mindess (2007), propriedades mecânicas de um compósito fibroso dependem de aspectos como a forma das fibras individuais, seu tamanho (curta ou longa), seu material (polimérica, metálica ou natural), tratamento dado à fibra (e.g. mecânico, químico ou térmico), sua dispersão nas matrizes e o modo que se dá a transferência de tensões fibra-matriz. Com relação à orientação, as fibras podem estar alinhadas unidirecionalmente, bidirecionalmente ou aleatoriamente. De acordo com Daniel *et al.* (2006) existem diversas formas de reforço de compósitos (ver Figura 3), dentre elas, podem ser citadas:

- *Compósitos de partículas*: Partículas com formas e dimensões variadas dispersas na matriz, a exemplo do concreto e asfalto. Dado o caráter aleatório da dispersão, estes compósitos podem ser considerados quase-isotrópicos.
- *Compósitos de fibras descontínuas (ou curtas)*: Possuem fibras curtas como base de reforço, podendo estar orientadas numa mesma direção (ortotrópico) ou de forma aleatória (quase-isotrópico). São exemplos, compósitos com fibras de carbono, vidro e sisal.
- *Compósitos com fibras contínuas (ou longas)*: Possuem fibras longas como base de reforço, podendo estar orientadas paralelamente (unidirecionais) ou formarem ângulos de 90° entre si (cruzadas) ou orientadas em várias direções (multidirecionais).

Figura 3 - Classificação dos materiais compósitos quanto a topologia (ou arranjo) do reforço.



Fonte: Adaptado de Daniel *et al* (2006).

Existem diversos trabalhos com diferentes tipos de compósitos de matriz cimentícia reforçada com diversos tipos de fibras, estando dentre eles o trabalho de Gamino (2007) que utiliza fibras de carbono, Fidelis (2014) que utiliza tecido de fibras de Juta, Huang *et al.* (2017) com fibras curtas de álcool polivinílico, Frazão *et al.* (2018) com fibras curtas e longas de polipropileno e Lima *et al.* (2018) que estudou fibras curtas de sisal.

2.2.1 Compósitos reforçados com fibras de sisal

No Brasil, de acordo com Guimarães (1987), o estudo pioneiro da utilização de fibras vegetais iniciou em meados de 1980 no Centro de Pesquisa e Desenvolvimento do Estado da Bahia (CEPED) com aplicações em telhas, pias e calhas.

Segundo Velasco (2004), as fibras vegetais trazem mais benefícios com relação ao incremento de tenacidade dos compósitos do que com relação ao aumento de resistência. As fibras vegetais possuem um baixo módulo de elasticidade quando comparadas com as fibras não vegetais (e.g. metálicas, vidro, carbono etc), o que é

possível observar na Tabela 1, onde as fibras de vidro, carbono e aramida (sintéticas) possuem módulo de elasticidade muito maior que as fibras naturais.

Tabela 1 - Propriedades físicas e mecânicas de algumas fibras vegetais e fibras sintéticas (minerais).

Fibras	Densidade ρ (g/cm ³)	Tensão Máxima σ (MPa)	Módulo de Elasticidade (Gpa)	Máximo σ/ρ (MPa.cm ³ /g)
Bambu (<i>Bambusa vulgaris</i>)	1,03 – 0,49	106	-	-
Coco (<i>Cocos nucifera</i>)	1,15 – 1,52	95 – 220	4 – 6	191
Algodão (<i>Gossypium M.</i>)	1,51 - 1,60	287 – 800	6 – 13	530
Linho (<i>Linum esitatissimum</i>)	1,30 – 1,50	344 – 1035	26 – 28	496
Juta (<i>Corchorus capsularis</i>)	1,30 – 1,45	393 – 800	13 – 27	615
Piassava (<i>Attalea funifera</i>)	1,10 – 1,45	109 – 1750	5 – 6	1591
Abacaxi (<i>Ananas comosus</i>)	1,44 – 1,56	362 – 1627	35 – 83	1130
Rami (<i>Boehmeria nivea</i>)	1,5	400 – 1620	61 – 128	1080
Sisal (<i>Agave sisalana</i>)	1,26 – 1,50	287 – 913	9 – 28	725
Madeira macia	0,46 – 1,50	112 – 1000	11 – 40	2174
Vidro	2,50 – 2,58	2000 – 3450	70 – 73	1380
Carbono	1,78 – 1,81	2500 – 6350	230 – 400	3567
Aramida	1,44	3000 – 4100	63 – 131	2847

Fonte: Adaptado de Monteiro, *et al.* (2011).

As fibras naturais de sisal utilizadas no presente trabalho, em geral, têm trazido bons resultados quando aplicadas como reforço em compósitos de base cimentícia, porém uma das preocupações está relacionada a aderência entre a fibra de sisal e a matriz, algo comum às fibras vegetais. Tal problema de aderência está relacionado, principalmente, a alta capacidade de absorção de água das fibras vegetais, que provoca variações no volume e consequente perda de contato com a matriz. Diversos estudos foram realizados visando a melhoria da aderência, incluindo as pesquisas de Li, Hu e Yu (2008), que propunham tratamentos químicos para aumento de aderência, os quais traziam como consequência a geração de resíduos químicos.

A hornificação – que consiste de ciclos de molhagem e secagem da fibra – veio como alternativa aos tratamentos químicos e traz como vantagem a fácil execução e não geração de resíduos tóxicos. Ferreira *et al.* (2017) concluem que cinco ciclos de molhagem e secagem da fibra de sisal são suficientes para se obter bons resultados em termos de resistência à tração da fibra, módulo de elasticidade e aderência entre fibra e matriz.

Em meio as diversas aplicações dos compósitos reforçados com fibras de sisal, destaca-se o trabalho de Lima *et al.* (2018), no qual foram produzidos elementos de enchimento para lajes pré-moldadas de concreto utilizando compósitos de fibra de sisal e resíduo de concreto. A influência das fibras de sisal trouxe melhorias na capacidade

flexural pós-fissuração. Lima *et al.* (2018) também fabricaram lajes pré-moldadas de concreto utilizando esses elementos compósitos de enchimento para comparação com as lajes pré-moldadas tradicionais de EPS e bloco cerâmico. Os resultados mostraram um melhor desempenho nas lajes compósitas em relação às tradicionais, incluindo maior capacidade de carga e ductilidade. Por meio de modelagem numérica, utilizando o Método dos Elementos Finitos, foi simulado o comportamento desses elementos com dimensões diferentes das ensaiadas experimentalmente, mostrando que cumprem as recomendações-padrão e têm potencial para ser uma solução eficiente neste segmento de mercado.

Melo Filho (2012) desenvolveu compósitos de matriz cimentícia reforçados com fibras de sisal e constatou que os compósitos reforçados com fibras curtas de sisal apresentaram múltipla fissuração na flexão para frações volumétricas de 4% e 2%, indicando uma característica já esperada nos compósitos cimentícios com reforço de fibras curtas de sisal, o que permite o uso do material em elementos semiestruturais na construção civil.

Frazão *et al.* (2018) desenvolveu painéis sanduíche estruturais com camadas externas de compósito de matriz cimentícia reforçada com fibras de sisal e núcleo de concreto leve reforçado com fibra de polipropileno. Foram estudadas as influências das fibras curtas distribuídas aleatoriamente na matriz e também fibras longas alinhadas unidirecionalmente na matriz. Os resultados revelaram que as fibras curtas de sisal apresentaram em sua maior parte um comportamento de amolecimento por deflexão (*strain-softening*), enquanto as fibras longas eram mais eficazes em termos de aumento de capacidade de carga flexural e desenvolveram um comportamento de endurecimento por deflexão (*strain-hardening*), apresentando múltiplas fissurações.

A aplicação de fibras de sisal em elementos de construção civil tem sido cada vez mais estudada por apresentarem boas propriedades de engenharia, grande disponibilidade no mercado, serem renováveis e possuírem baixo custo quando comparadas às fibras sintéticas (LIMA, 2009). De acordo com Melo Filho (2012), o incentivo ao uso das fibras de sisal é de grande importância para o desenvolvimento econômico e social das regiões onde são produzidas, pois, na maioria das vezes, são regiões de baixo índice desenvolvimento humano. Além disso, é uma alternativa para a substituição do asbesto (cimento amianto), que em sua fabricação pode causar doenças como asbestose, mesotelioma, placas pleurais e até mesmo câncer de pulmão (BLUM, 2001).

2.2.2 Comportamento mecânico de compósitos de matriz cimentícia reforçados com fibras vegetais

Resistência à compressão de materiais cimentícios com fibras de sisal

A adição de fibras vegetais como reforço em compósitos de matriz cimentícia resulta na diminuição da resistência à compressão, muitas vezes agravada devido a formação de ninhos de fibras mal dispersadas no processo de fabricação, e de forma mínima, apresenta redução do módulo de elasticidade (TOLEDO FILHO, 1997). De acordo com Melo Filho (2012), a adição de fibras vegetais, que em sua maioria possuem baixo módulo de elasticidade, traz mais vantagens com relação ao aumento da ductilidade e tenacidade da matriz cimentícia do que no aumento da resistência e da rigidez. (SILVA *et al*, 2009).

Lima (2004) analisou o comportamento das propriedades mecânicas de argamassas reforçadas com volumes de 1%, 2% e 3% de fibras de sisal com comprimento de 25 mm em comparação com argamassa sem reforço. Seus resultados mostraram que a utilização das fibras de sisal reduziu a resistência à compressão na faixa de 7,9% a 24,9%, sendo 24,9% para os compósitos com maior teor de fibras. Com relação a tenacidade foi percebido um aumento na faixa de 66,67% a 76,47% com a adição de fibras.

Resistência à tração de materiais cimentícios com fibras de sisal

Os materiais cimentícios quando submetidos à tração apresentam baixa resistência e baixa capacidade de deformação, comportando-se de forma frágil. Conforme Lima (2004), a incorporação de fibras ao material permite a continuidade da transferência de tensão entre as fissuras e consequente coesão do material. O colapso do elemento deixa de ser abrupto e passa a acontecer a partir da ruptura das fibras (principalmente no caso de fibras longas e em alguns casos em fibras curtas), ou pelo seu arrancamento de dentro da matriz (no caso de fibras curtas).

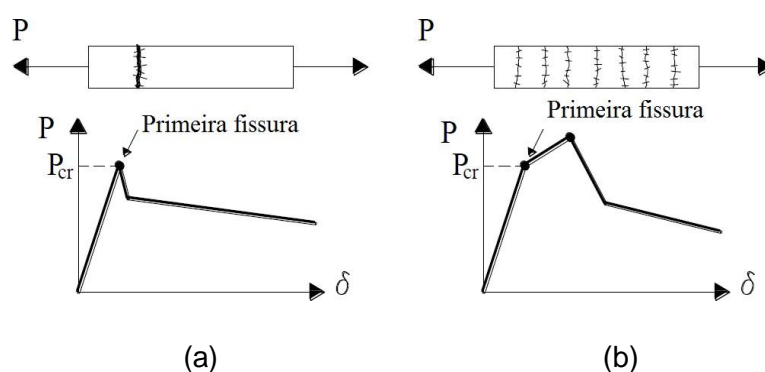
O comportamento à flexão é definido pelas respostas dos compósitos quando submetidos a esforços de tração e compressão. Por isso, para se determinar os valores de resistência na flexão é necessário descrever as curvas tensão-deformação do compósito na tração e na compressão. O principal objetivo da introdução de fibras em materiais cimentícios é garantir a melhora no comportamento a tração direta do material, principalmente após a fissuração da matriz, proporcionando uma maior deformação do

compósito antes da ruptura e propiciando resistência ao impacto e tenacidade maiores que os da matriz (LIMA, 2004).

A ruptura do concreto simples é caracterizada pela abertura crescente de uma única trinca, o que normalmente é possível perceber em ensaios de flexão. Para um mesmo nível de carga, quando adicionadas fibras a uma matriz cimentícia, em seu processo de ruptura, ocorre o aparecimento de múltiplas fissuras com aberturas menores quando comparadas a do concreto simples. Esse desempenho é determinado pela aderência da fibra, sua resistência à tração e volume de fibra no elemento (LEITE, 2019).

Segundo Lima (2004), no ensaio de tração direta de um compósito reforçado com fibras, o comportamento conhecido como amolecimento (ou *strain-softening*) configura-se quando existe queda de resistência pós-fissuração até a ruptura do compósito e caracteriza-se geralmente pela abertura de uma única fissura. Nesse caso, a queda de tensão é menos acentuada que no caso da matriz cimentícia sem reforço de fibras. Quando acontece ganho de resistência após a primeira fissura, esse comportamento é conhecido como *strain-hardening*, que é caracterizado por apresentar múltiplas fissurações. Esses comportamentos estão apresentados na Figura 4. (SILVA *et al.*, 2009). Para ensaios de flexão, tais comportamentos são denominados *deflection-softening* e *deflection hardening*.

Figura 4 - Comportamento típico de ensaio à tração direta com queda de resistência após primeira fissura, *strain-softening* (a) e aumento de resistência pós-fissuração, *strain-hardening* (b).



Fonte: CEB, 2010.

2.3 FORMAS PERMANENTES DE MATERIAL COMPÓSITO

De maneira geral, formas são moldes temporários que recebem o concreto fresco com a finalidade de sustentá-lo até que seja atingida a resistência requerida,

dando à estrutura a geometria definida em projeto (ABREU, 2014), por isso são de grande importância na obtenção de estruturas de concreto de qualidade. Porém, quando utilizadas de forma negligente, com deformações excessivas ou falta de estanqueidade, além do fator estético, a resistência e durabilidade da estrutura podem ser comprometidas.

A grande utilização de madeira para fabricação de formas no Brasil dá-se por ser uma matéria-prima renovável e abundante no nosso país, porém em seu histórico de utilização não mostra preocupação com seu consumo. Esse foi um dos motivos para o aumento da geração de RCC (Resíduos de Construção Civil), crescimento do apelo à sustentabilidade e conseqüente aumento do preço da madeira. Com isso, novas tecnologias começaram a ganhar espaço de forma a minimizar os impactos ambientais. As formas passaram então a ser fabricadas a partir de outros materiais, a exemplo de metais, plásticos, fibras de vidro, entre outros, pois têm a característica de serem reutilizáveis.

A utilização de formas permanentes, a exemplo da analisada neste trabalho, permite uma boa redução de RCC e maior rapidez na execução, já que não é necessário realizar a desforma. Tal elemento se caracteriza como pré-fabricado, sendo levado ao ponto de concretagem nas dimensões e condições para uso, reduzindo consideravelmente o corte de peças no canteiro de obras, nas condições de uso, e favorecendo, assim, a industrialização do canteiro de obras.

Outro benefício do uso dessas formas vem do ponto de vista gerencial. A utilização das formas permanentes reduz algumas perdas no processo, caracterizadas por Ohno (1997) como movimentos desnecessários e defeitos, ou o que Koskela (2004) classifica como *making-do*, quando o trabalhador tem espaço para improvisações no desenvolvimento de suas atividades. Os elementos estudados neste trabalho também contribuem para que alguns princípios da construção enxuta, descritos por Koskela (1992), sejam atendidos. A exemplo da redução da parcela de atividades que não agregam valor (montagem de formas), redução da variabilidade no canteiro, redução do tempo de ciclo, bem como simplificação do processo de produção das estruturas em concreto armado.

Com relação ao material a ser utilizado nesse tipo de forma, a NBR 15696:2009 ressalta alguns pontos que devem ser verificados: a durabilidade do material componente da forma, compatibilidade desse material com o concreto, a estabilidade estrutural do elemento contendo a forma, deformação máxima e a sua correta ancoragem. Formas permanentes podem ter, ou não, função estrutural, o que será determinado de acordo com o material adotado (e.g. formas permanentes fabricadas com metais, poliestireno expandido, papelão, compósitos, etc).

Trabalhos que utilizam compósitos na fabricação de formas permanentes mostram que esses materiais possuem uma potencialidade promissora para esse fim, trazendo vários tipos de benefícios de cunho não-estrutural e em alguns casos vantagens de caráter estrutural.

Leung *et al.* (2009) utilizou formas permanentes de Compósitos Cimentícios Pseudo-Dúcteis (PDCC), que são feitos de fibras poliméricas combinados com hastes de plástico reforçado com fibras de vidro (GFRP). Yu *et al.* (2010) utilizou em vigas formas permanentes de Compósitos Cimentícios “*Strain Hardening*” (SHCC), que são fabricados com fibras de álcool polivinílico (PVA) reforçados com (GFRP). Tawab (2012) e Fahmy *et al.* (2014) utilizaram malhas de aço na fabricação das formas permanentes de argamassa reforçadas com dois tipos de malhas de aço (arame soldado e aço expandido X8). Huang *et al.* (2017) utilizou formas permanentes fabricadas com compósitos cimentícios reforçados “*ultra-high toughness*” (UHTCC), que possuem alta dureza.

Essas pesquisas trazem diversos tipos de compósitos que aplicados na fabricação de formas permanentes possuem como vantagens em comum a melhoria na eficiência da construção, redução de resíduos de construção civil, proteção do elemento estrutural contra a corrosão, maior durabilidade do concreto e aumento da capacidade de carga, com suas individualidades para cada tipo de compósito.

De acordo com Rosenthal e Bljoger (1918) a incorporação de formas permanentes em vigas de concreto armado mostra-se eficiente com relação ao aumento de ductilidade, carga última e momento de fissuração, além de reduzir a abertura das fissuras do elemento. Os resultados podem ser diferentes para cada tipo de compósito, reforço ou geometria das formas, porém em todos os trabalhos apresentados é possível perceber que essa técnica aprimora as propriedades mecânicas e durabilidade da viga.

Os resultados da pesquisa apresentados a seguir foram utilizados no presente trabalho para a validação e calibração da modelagem computacional, sendo, por isso, descritos de forma mais detalhada.

Leite (2019) utilizou fibras vegetais para confeccionar formas permanentes. Foram produzidas com compósito cimentício reforçado com fibras curtas de sisal para produção de vigas de concreto armado. As formas foram fabricadas com teores de 4% e 6% de fibra e com dimensões de 2200mm de comprimento x 150mm de largura x 300mm de altura. Para fins de facilidade de desmoldagem, variou-se a espessura das paredes formando uma cunha, decrescendo em direção ao topo. Leite (2019) realizou ensaios de compressão e módulo de elasticidade para 3, 7, 14, 28, 63 e 91 dias a fim de caracterizar o material compósito em diferentes idades, conforme apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 - Caracterização do material compósito.

Propriedade	Compósito	Idade					
		3	7	14	28	63	91
fc	F4	20,31 (4,5)	23,21 (2,1)	30,23 (5,4)	38,52 (3,4)	42,95 (4,5)	48,45 (2,4)
	F6	15,13 (2,8)	18,35 (4,6)	23,32 (2,0)	29,89 (5,4)	36,03 (6,4)	40,74 (4,5)
Ec	F4	15,70 (1,94)	13,56 (77,1)	18,16 (75,04)	21,81 (10,16)	-	-
	F6	11,61 (2,3)	16,28 (5,5)	13,54 (14,4)	20,36 (10,9)	-	-

Fonte: Leite,2019.

Para avaliar a capacidade portante das formas, foram realizados ensaios de flexão com carga distribuída, tendo sido posicionado um LVDT no ponto central da forma para monitoramento de seus deslocamentos (ver Figura 5).

Figura 5 - Ensaio de flexão com carga distribuída.

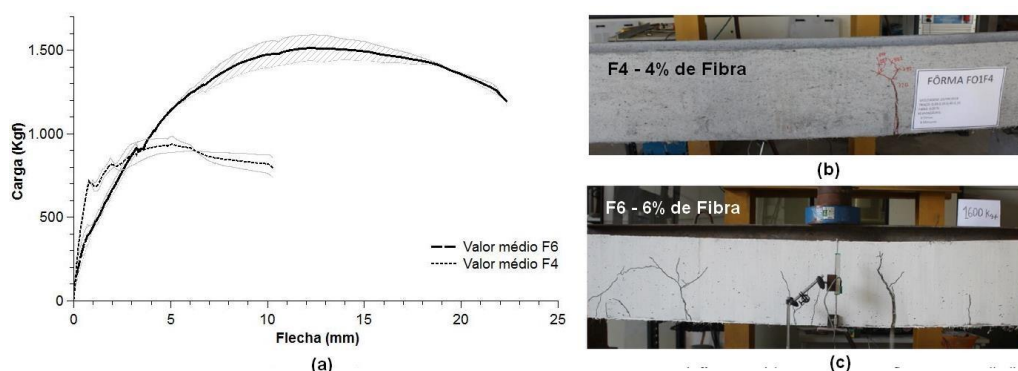


Fonte: Leite (2019).

Nos resultados de Leite (2019) as formas submetidas a carga distribuída com 6% de teor de fibra tiveram um aumento de 64,49% da sua capacidade portante com relação as formas com 4% de fibra. Além disso, as formas com 6% de fibra atingiram uma flecha 132,63% maior que as de 4% de fibra (ver Figura 6.a) antes da ruptura. Nas formas com 4% de fibra é possível perceber a formação máxima de duas fissuras na face inferior, conforme mostra a Figura 6.b, enquanto que as formas de 6% atingiram

número máximo de 8 fissuras (ver Figura 6.c), o que mostra um comportamento *deflection-hardening*.

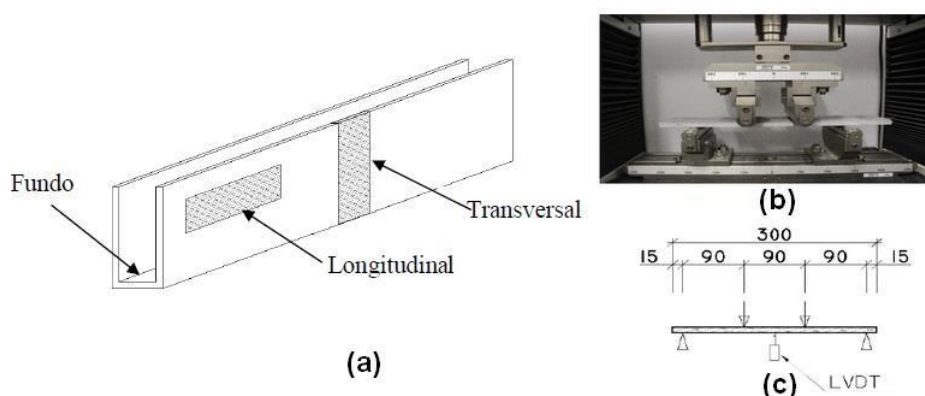
Figura 6 - Resultados do ensaio de flexão com carga distribuída das formas com 6% e 4% de fibra (a), fissuração da forma com 4% (b), fissuração da forma com 6% de fibra (c).



Fonte: Leite (2019).

Leite (2019) realizou ensaios de flexão com quatro pontos em placas extraídas do fundo e das laterais das formas compósitas F4 e F6 (ver Figura 7.b), com dimensões de 100x300x20mm, visando caracterizar os materiais compósitos sob flexão, considerando os efeitos de moldagem sobre a dispersão das fibras. As placas foram ensaiadas com a face interna voltada para cima e também para baixo. As placas extraídas das laterais foram cortadas com dimensões no sentido longitudinal e transversal das formas, como mostra a Figura 7.a. Foram medidos os deslocamentos no ponto central da placa, como apresentado na Figura 7.c.

Figura 7 - Placas extraídas para ensaio de flexão com 4 pontos.



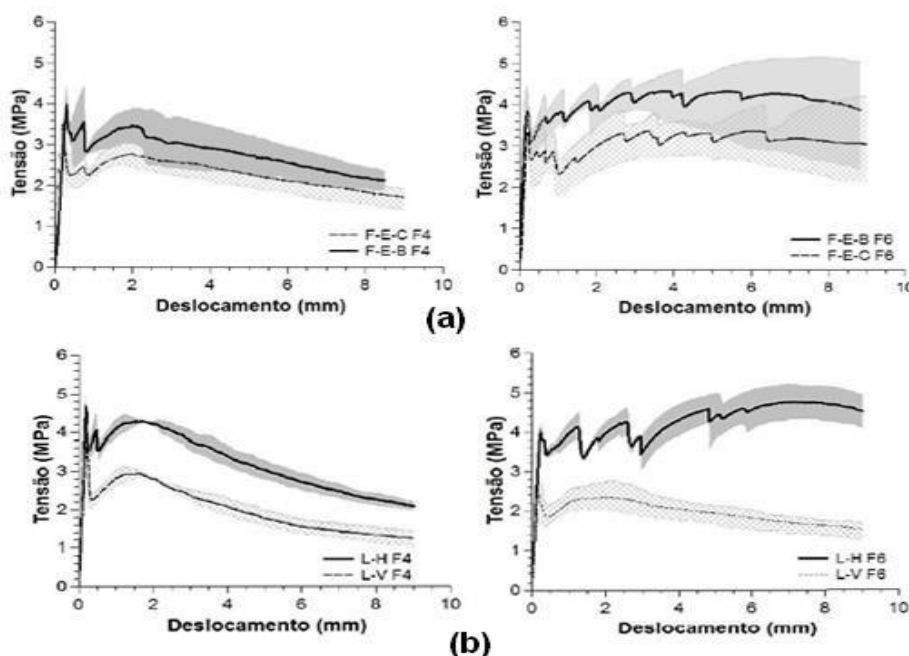
Fonte: Leite (2019).

A Figura 8.a mostra os resultados das curvas tensão-deslocamento dos ensaios de flexão com 4 pontos realizados em placas extraídas do fundo das formas de Leite (2019) e ensaiadas com a face externa voltada baixo (F-E-B) e para cima (F-E-C). Os resultados mostram melhor desempenho das placas F-E-B frente às placas F-E-C, visto que o número de fissuras e tenacidade são maiores para as placas ensaiadas com face externa para baixo. Vale salientar que as placas com 6% de fibra obtiveram resultados melhores quando comparados com as placas de 4% de fibra.

A Figura 8.b apresenta as curvas tensão-deslocamento dos ensaios realizados nas placas extraídas da lateral da forma na direção vertical (L-V) e horizontal (L-H). Segundo Leite (2019) o desempenho inferior das placas extraídas da posição vertical é proveniente do alinhamento das fibras na posição transversal à placa e paralela às fissuras. O concreto flui na fôrma verticalmente e a tendência de alinhamento das fibras é perpendicular ao fluxo do concreto.

Leite (2019) aponta que a vibração do molde metálico utilizado na fabricação das formas causa algum efeito na distribuição das fibras, por isso as placas extraídas das paredes das formas podem ter comportamentos diferentes das extraídas do fundo da forma, como mostra a Figura 8.

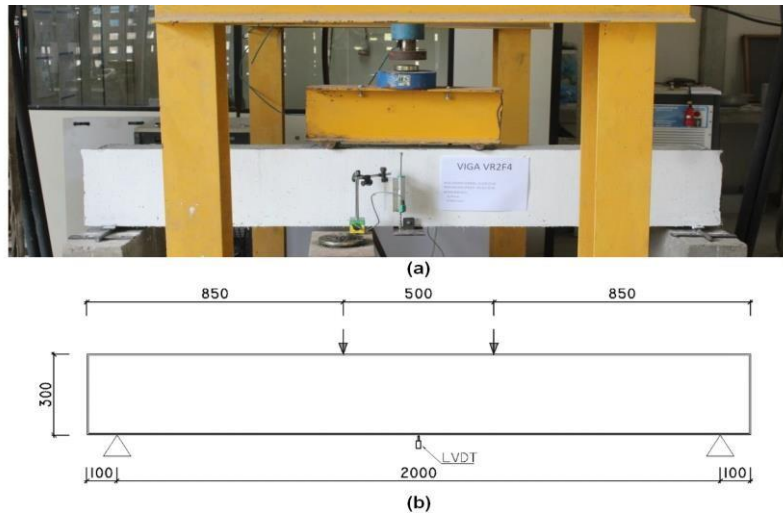
Figura 8 - Curvas Tensão-Deslocamento das placas extraídas do fundo (a) e da lateral (b) das formas.



Fonte: Leite (2019).

Leite (2019) realizou ensaios de flexão com quatro pontos nas vigas de concreto sem formas (2200x150x300) e com as formas compósitas incorporadas às vigas com a finalidade de avaliar a interferência dessas formas nas vigas (Figura 9.a). Da mesma forma que os ensaios anteriores, foi posicionado um LVDT no ponto central da forma para monitoramento de seus deslocamentos (ver Figura 9.b).

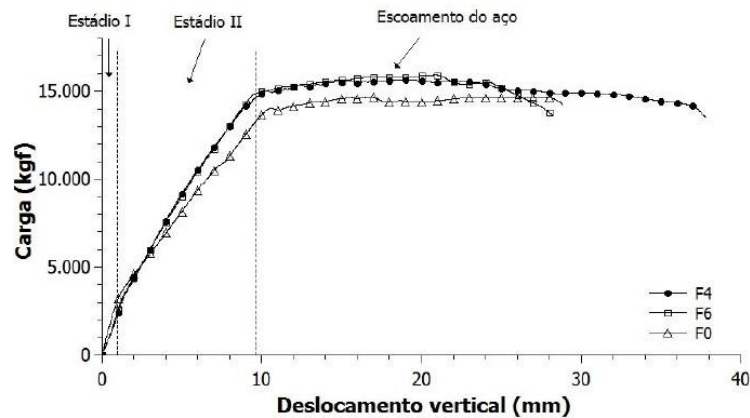
Figura 9 - Ensaio de Flexão com 4 pontos (a) esquema (b).



Fonte: Leite (2019).

A Figura 10 apresenta o comparativo das curvas carga-deslocamento dos ensaios de flexão das vigas de Leite (2019) ensaiadas com a incorporação das formas F4 e F6 e sem forma (F0).

Figura 10 - Curva carga-deslocamento dos ensaios de flexão com quatro pontos das vigas com formas F4 e F6 (4% e 6% de fibras) e sem forma (F0).



Fonte: Leite (2019).

Os resultados de Leite (2019) mostraram que as formas possuem capacidade portante suficiente para dispensar o uso de escoramento com as cargas de serviço, alcançando flecha 2,4% e 4,2% menores que a flecha limite permitida pela NBR 15696:2009 para teores de 4% e 6% de fibra, respectivamente. Quando submetidas ao ensaio com carga distribuída apresentaram ganho de resistência após abertura da primeira fissura (comportamento *deflection-hardening*), o que demonstra a capacidade do reforço das fibras em manter a integridade e tenacidade do elemento construtivo. Leite (2019) constatou também que a incorporação da forma à viga não prejudicou o comportamento mecânico do elemento e ainda aumentou a rigidez flexional no Estádio I e principalmente no Estádio II em 19,7% para 4% de fibras e 23,3% para 6% de fibras. Com relação à fissuração, Leite (2019) aponta que as primeiras fissuras visíveis ocorreram depois de 4000,0 kgf de carga, e a carga crítica (F_{cr}) máxima encontrada foi de 3544,6 kgf. Tal situação pode ter ocorrido devido as primeiras fissuras não serem visíveis a olho nu e a abertura dessas fissuras se tornar visível com cargas acima de 4,0 t. O número médio de fissuras entre os pontos de aplicação de carga foi de 8,5, 10 e 17 e a distância média entre fissuras foi de 59 mm, 50 mm e 29 mm para as vigas de referência (F0), com 4% de fibra (F4) e com 6% de fibra (F6), respectivamente.

2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MATERIAL CIMENTÍCIO

Como já salientado na seção 2.1, os materiais cimentícios têm um comportamento mecânico complexo e sua modelagem matemática e computacional exige o consórcio de teorias para representar, direta ou indiretamente, todos os mais relevantes mecanismos de ação verificados experimentalmente nos compósitos cimentícios.

2.4.1 Mecânica da Fratura

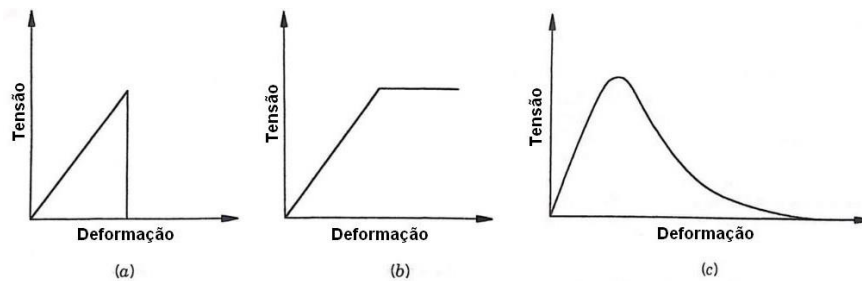
A maior contribuição das fibras sobre uma matriz frágil acontece após a fissuração, elevando a tenacidade do material. Desta forma, é de suma importância o estudo da mecânica da fratura para o entendimento desse comportamento. Em linhas gerais, a mecânica da fratura estuda, através de metodologias próprias, o comportamento de estruturas com falhas e defeitos (trincas) sob diversos tipos de cargas, permitindo a avaliação da integridade estrutural por meio da compreensão de propriedades mecânicas dos materiais e dos mecanismos de dissipação de energia

durante a propagação de trincas (ALVES, 2011). Este estudo permite diagnosticar se um dado material com uma trinca pode ou não resistir à solicitação externa desejada e com qual nível de segurança.

Falhas de estruturas com trinca

Com base nas relações tensão-deformação, a maioria dos materiais da engenharia pode ser classificado em frágeis, dúcteis e quase-frágeis (ou quase-dúcteis) (ver Figura 11).

Figura 11 - Diferentes tipos de relações tensão-deformação de materiais: (a) frágeis, (b) dúcteis, (c) quase-frágeis.



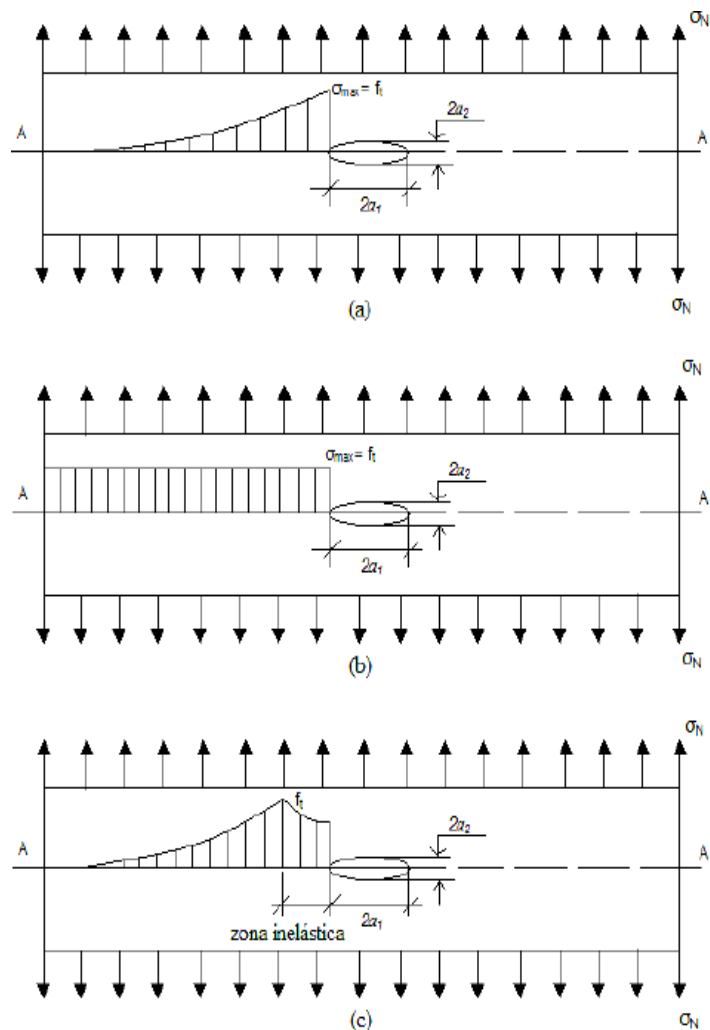
Fonte: Adaptado de Shah *et al* (1995).

No gráfico tensão-deformação dos materiais frágeis, a tensão cai abruptamente no momento em que ocorre a fratura, como mostra a Figura 11.a, enquanto no gráfico dos materiais dúcteis, a tensão permanece constante (ver Figura 11.b). Nos materiais quase-frágeis, a tensão decresce gradualmente após sua carga pico, conforme mostra a Figura 11.c.

A falha das estruturas depende diretamente das propriedades dos materiais utilizados em sua construção. Isso pode ser compreendido conceitualmente quando se considera uma placa com uma dimensão infinitamente maior que a outra, contendo um furo elíptico, e sendo submetida a um estado de tensão axial em sua menor dimensão (ver Figura 12). Os defeitos são modelados por um furo elíptico, pois a sua presença altera a distribuição de tensões de forma que a tensão máxima na borda furo ($\sigma_{m\acute{a}x}$) é maior que a tensão normal média fora da região do furo (σ_N). A partir de uma análise estática de tensões, a relação entre $\sigma_{m\acute{a}x}$ e σ_N está descrita na Equação (1) (SHAH *et al*, 1995).

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \left(1 + \frac{2a_1}{a_2}\right) \sigma_N = K_t \sigma_N \quad (1)$$

Figura 12 - Falhas estruturais baseadas em diferentes materiais: (a) falha frágil, (b) falha dúctil e (c) falha quase-frágil.



Fonte: Adaptado de SHAH *et al*, 1995.

sendo a_1 e a_2 o maior e menor eixo da elipse, respectivamente, e K_t o fator de concentração de tensões. Caso a estrutura seja feita de um material completamente frágil, ela falha catastróficamente sempre que $\sigma_{m\acute{a}x}$ alcança a tensão máxima do material (f_t), conforme a Figura 12.a. Se a placa for feita de um material dúctil, mesmo quando a tensão máxima na extremidade do furo for alcançada ($\sigma_{m\acute{a}x} = f_t$) é possível o aumento contínuo da aplicação de carregamento até que toda a seção líquida possua a mesma tensão máxima. Isso ocorre devido a redistribuição de tensões plásticas. Nesse caso, a placa falha quando a tensão normal em toda seção A – A, alcança f_t (ver Figura 12.b).

Para placas feitas de material quase-frágil (e.g. material de base cimentícia), ocorre o surgimento de uma zona inelástica na região em que a máxima tensão é

atingida. Esta zona inelástica geralmente é conhecida como zona de processo de fratura (ou zona pós-pico), conforme Figura 12.c, em que a tensão normal decresce em direção à ponta do furo. O aparecimento da zona de processo de fratura normalmente resulta em um comportamento de amolecimento (*softening*) na relação tensão-deformação (ver Figura 12.c). Pode-se verificar na Equação (1) que quando a_2 (semieixo menor) tende a zero a elipse fica reduzida a duas superfícies superpostas e a tensão normal na ponta da elipse colapsada tende ao infinito, considerando apenas a teoria da elasticidade. É dessa forma que foi modelado matematicamente uma trinca no contexto da Mecânica da Fratura.

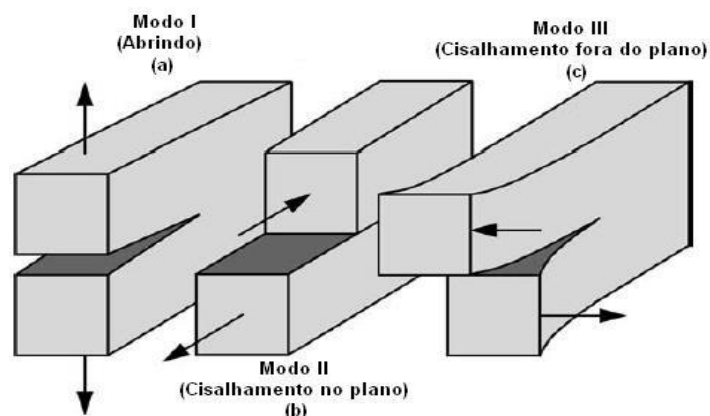
Modos de carregamento de trinca

De acordo com Anderson (1995), existem três tipos de carregamentos que uma trinca pode ser submetida, como mostra a Figura 13:

- Modo I: Carga principal é aplicada na direção normal ao plano da trinca tendendo a separar suas faces e aumentando a abertura. (Figura 13.a).
- Modo II: Corresponde ao carregamento de cisalhamento no plano e tende a deslizar uma face da trinca em relação à outra. (Figura 13.b).
- Modo III: Refere-se ao carregamento de cisalhamento fora do plano (rasgamento) (Figura 13.c).

Vale salientar que um corpo fissurado pode ser carregado em qualquer um dos modos, ou uma combinação de dois ou três desses modos. A consideração ou não dos modos II e III na formulação dos modelos depende do carregamento e do grau de sofisticação requerido.

Figura 13- Modos de carregamento que podem ser aplicados a uma trinca: (a) tração; (b) cisalhamento planar; (c) cisalhamento antiplanar.



Fonte: Adaptado de Anderson, 1995.

Modelos de comportamento baseados na Mecânica da Fratura

O ACI (1997) mostra que existem muitos métodos ou aproximações diferentes para a aplicação da Mecânica da Fratura em estruturas de concreto. Tais métodos são distribuídos em dois grupos: Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE), quando a região plastificada na ponta da fissura é pequena e pode ser desprezada, e Mecânica da Fratura Elastoplástica (MFEP), quando tal região é considerada relevante. No contexto da Mecânica da Fratura Linear Elástica, o parâmetro normalmente utilizado para avaliar a estabilidade da trinca é o Fator Intensidade de Tensão (K).

Já no âmbito da Mecânica da Fratura Elastoplástica, os parâmetros normalmente utilizados são a Integral J, Taxa de Liberação de Energia G ou o Deslocamento de Abertura na Ponta da Trinca CTOD (Crack Tip Opening Displacement). Para materiais frágeis, como o concreto comum sob tração, utiliza-se a teoria da MFLE. Para materiais dúcteis e quase-frágeis (ou quase-dúcteis) utiliza-se a MFEP.

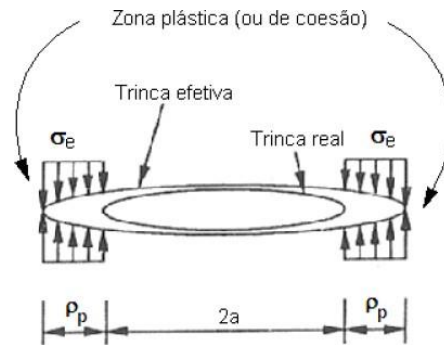
No caso de materiais compósitos de base cimentícia destacam-se os seguintes modelos baseados na Mecânica da Fratura: modelo de fissura coesiva de Dugdale-Barenblatt, modelo de fissura fictícia de Hillerborg *et al.* (1976) e modelo de fissuras distribuídas de Bazant e Oh (1983) (*Smearred Crack Band*).

Modelo de trinca coesiva de Dugdale-Barenblatt

Segundo D'Ávila (2003), no modelo de Dugdale considera-se uma zona plástica na região da ponta da trinca. Dentro desta zona plástica, uma tensão igual à resistência à tração do material atua no contorno da trinca. É importante também citar o modelo de Barenblatt, que se assemelha ao de Dugdale, porém com as tensões variando com as deformações.

Segundo Santos (2009), Dugdale e Barenblatt propuseram um modelo de faixa de escoamento que limita a tensão na ponta da trinca a um valor da tensão do escoamento do material (σ_e), substituindo a trinca real de comprimento $2a$ por uma trinca fictícia de comprimento $2a + 2\rho_p$ com uma tensão de compressão (σ_c), aplicada nos comprimentos (ρ_p) adicionados nas pontas das trincas, tendendo a fechá-la, conforme mostrado na Figura 14.

Figura 14 - Modelo de faixa de escoamento proposto por Dugdale e Barenblatt representando a zona plástica na ponta da trinca.

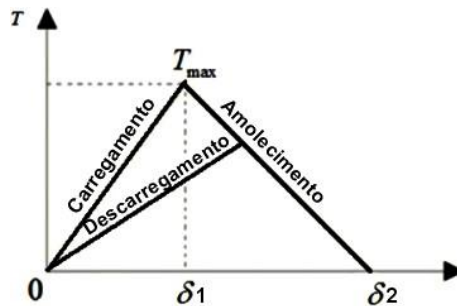


Fonte: Fonte: Shah *et al*, 1995.

O modelo de trinca coesiva requer, como um dos parâmetros do material, a curva tensão-deformação, a qual pode representar o comportamento da trinca e quantificar a energia dissipada com a sua propagação. Para isso são propostos diversos tipos de curvas por diferentes pesquisadores, podendo ser linear, bilinear, trilinear, exponencial, potência, dentre outras (SANTOS, 2009). Em geral, os modelos com base na zona coesiva apresentam suas leis constitutivas divididas em três fases, descritas abaixo e apresentadas na Figura 15.

- **Carregamento:** Início do gráfico Tensão-Deformação com comportamento linear-elástico. Nessa fase não há ocorrência de dano.
- **Amolecimento:** Inicia-se após a abertura de uma fissura em um ponto que as tensões são máximas. Nessa fase o material passa a desenvolver dano, evoluindo até o ponto em que ocorre separação total das partes coesivas.
- **Descarregamento:** Nos casos em que ocorrem a retirada da carga externa, a curva Tensão-Deformação terá uma trajetória diferente da apresentada na fase de carregamento, ainda que seja uma queda linear. Isso acontece pelo fato de que o material já sofreu dano na fase de amolecimento. No caso de recarregamento, a curva subirá pelo mesmo caminho obtido na fase de descarregamento.

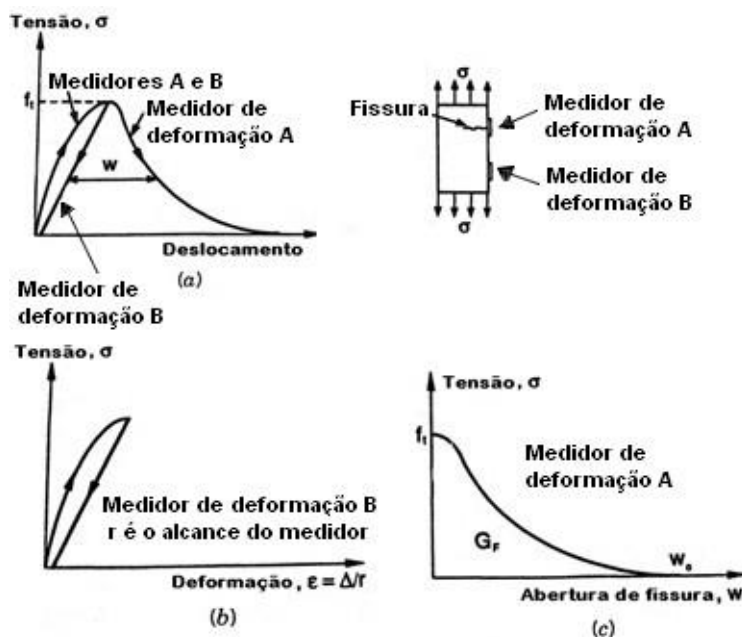
Figura 15 - Fases de carregamento, amolecimento e descarregamento dos modelos de trinca coesiva.



Modelo de Hillerborg de Trinca Fictícia

Baseando-se no modelo de Dugdale-Barenblatt, Hillerborg *et al.* (1976) propôs pela primeira vez o Modelo de Trinca Fictícia. A Figura 16 mostra uma típica curva tensão-deslocamento para uma placa de concreto submetida a uma tensão uniaxial. A deformação da placa é medida por meio de dois medidores de deformação (*strain gages*), um medindo a abertura da fissura superficial em A e o outro medindo uma região sem fissura na placa em B.

Figura 16- Princípio do modelo de fissuração de Hillerborg et al: (a) curva tensão deslocamento completa (b) curva tensão-deformação para a seção sem fissuração e (c) curva tensão-abertura de fissura para a seção fissurada.



Fonte: Adaptado de Shah *et al*, 1995.

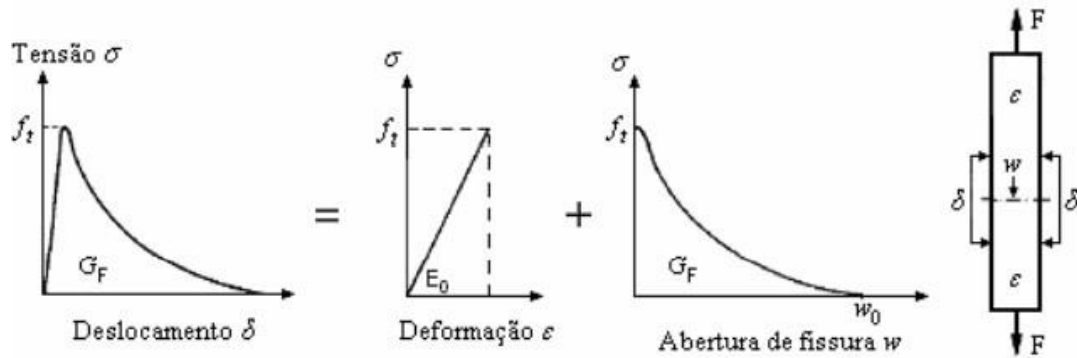
Presume-se que a deformação localizada apareça somente após a carga máxima ser atingida. E como resultado, os dois comprimentos de medida apresentam a mesma taxa de alongamento até a carga máxima. Após o máximo carregamento, o deslocamento no comprimento de medida A aumenta continuamente, enquanto no B ocorre descarregamento devido à deformação localizada (ver Figura 16.a). Hillerborg *et al.* (1976) propuseram que a resposta cíclica (carregamento e descarregamento) da tensão pré-pico do concreto fosse descrita por uma curva tensão deformação, como mostra a Figura 16.b, enquanto o comportamento de fratura pós-pico ou amolecimento (*softening*), fosse caracterizada por uma curva tensão-abertura de fissura, como mostra a Figura 16.c (SHAH *et al.*,1995). A área da curva tensão-abertura de fissura, $\sigma(w)$, é chamada de G_f e dada por:

$$G_f = \int_0^{w_c} \sigma(w)dw \quad 2)$$

onde w_c é a abertura de fissura crítica, quando a tensão de amolecimento (*softening*) é igual a zero e G_f representa a energia absorvida por unidade de área de fissura e é considerada como um parâmetro de fratura do material. A energia de fratura (G_f) pode ser definida como a energia necessária para plastificar o concreto, logo, quanto maior G_f , maior a capacidade do elemento de absorver energia e maior a sua tenacidade. Esse parâmetro também é utilizado para modelagem numérica do comportamento não linear de um material.

De acordo com Shah *et al.* (1995), no modelo de trinca fictícia, a curva tensão-abertura de fissura $\sigma(w)$ pode ser considerada como uma propriedade do material independente da geometria estrutural e tamanho. Nota-se que a curva $\sigma(w)$ pode ser completamente determinada se a resistência a tração do material (f_t), a energia de fratura (G_f) e a forma da curva $\sigma(w)$ forem conhecidas. No modelo de trinca fictícia de Hillerborg, a resposta tensão-deslocamento do material tracionado é composta, como verificado na Figura 17, por duas partes: uma relação tensão-deformação linear-elástica em toda a região não fissurada e uma tensão-abertura de fissura fictícia na zona de processo de fratura.

Figura 17 - Separação da curva tensão-deformação na tração, de acordo com o modelo de trinca fictícia de Hillerborg.



Fonte: Adaptado de Shah *et al*, 1995.

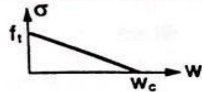
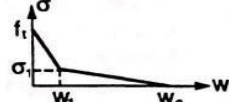
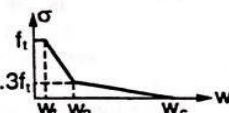
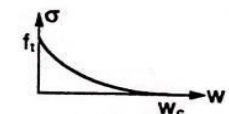
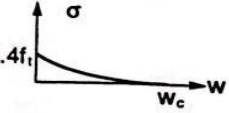
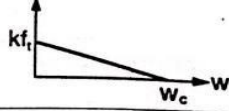
Quando a forma da curva $\sigma(w)$ é dada, a propriedade de fratura do material é determinada pelos valores de f_t e G_f em um comprimento característico (l_{ch}) dado pela Equação (3).

$$l_{ch} = \frac{EG_f}{f_t^2} \quad (3)$$

sendo E o módulo de elasticidade inicial do material. Segundo Hillerborg *et al* (1976), o comprimento característico do material (l_{ch}) representa um parâmetro de escala do material, podendo também ser utilizado para relativizar fenômenos geométricos do material. O l_{ch} é utilizado também como um índice de fragilidade do material, onde quanto menor o comprimento característico mais frágil o material será, e quanto maiores os seus valores mais dúctil o material será.

A escolha da função $\sigma(w)$ influencia significativamente na predição da resposta estrutural e do comportamento local da fratura. A Tabela 3 lista diferentes formas da curva $\sigma(w)$.

Tabela 3 - Diferentes abordagens da curva $\sigma(w)$.

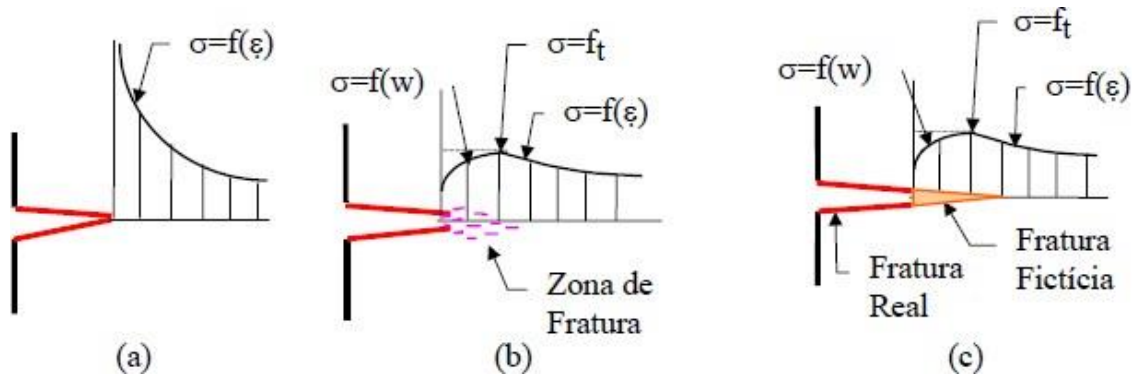
Type	Expression	Shape
Curva linear	$\sigma = f_i(1 - w/w_c)$	
Curva bilinear	$\sigma = \begin{cases} f_i - (f_i - \sigma_1)w/w_1 & \text{for } w \leq w_1 \\ \sigma_1 - \sigma_1(w - w_1)/(w_c - w_1) & \text{for } w_1 < w \leq w_c \end{cases}$	
Curva trilinear	$\sigma = \begin{cases} f_i & \text{for } w \leq w_1 \\ f_i - 0.7f_i(w - w_1)/(w_2 - w_1) & \text{for } w_1 < w \leq w_2 \\ 0.3f_i(w_c - w)/(w_c - w_2) & \text{for } w_2 < w \leq w_c \end{cases}$	
Curva exponencial	$\sigma = f_i \exp(Aw^B)$ where $A, B = \text{const}$	
Curva de força	$\sigma = 0.4f_i(1 - w/w_c)^{1.5}$	
Curva bilinear com $w_1 = 0$	$\sigma = kf_i(1 - w/w_c)$	

Fonte: Adaptado de Shah *et al*, 1995.

A Figura 18 mostra uma fissura na qual seu eixo é perpendicular à direção de uma tensão de tração (modo I de carregamento). De acordo com a teoria da elasticidade, a tensão é infinita na ponta da fissura, como mostra a Figura 18.a, o que não condiz com a realidade. O que acontece na realidade é a formação de uma zona de fratura na frente da ponta da fissura, tornando as tensões finitas devido à formação desta zona (ver Figura 18.b). A Figura 18.c mostra como seria o modelo de trinca no qual a zona de fratura é modelada como uma trinca fictícia, podendo considerar que a tensão no interior da trinca fictícia esteja relacionada com o deslocamento w e que as tensões fora da fratura estejam relacionadas com a deformação ε .

A tensão aplicada é igual à resistência à tração do material na ponta da fissura. Quando a carga aumenta, a dimensão da trinca fictícia se estende com o aumento das tensões em frente da ponta da fissura. Ao mesmo tempo, o deslocamento w da ponta da fissura real aumenta até que a tensão caia a zero e a fissura real se propaga. O termo fissura real se refere à fissura que não pode transferir tensão alguma.

Figura 18 - Tensões na ponta da fratura (a) Mecânica da Fratura linear (b) Mecânica da Fratura não-linear (c) Modelo da trinca fictícia.

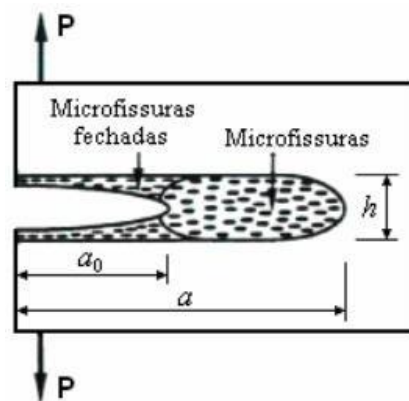


Fonte: D'Ávila (2003).

Modelo de fissura distribuída de Bazant e Oh

Bazant e Oh (1983) propuseram o modelo de banda de fissura (*crack band model*), esquematizado na Figura 19, para o concreto. Neste modelo a zona de processo de fratura é representada por microfissuras paralelas bem distribuídas uniformemente em uma faixa com largura fixa h , conhecida como largura de banda de fissura. O valor de h pode ser estimado utilizando a Equação (4).

Figura 19 - Modelo de banda de fissura proposto por Bazant e Oh (1983).



Fonte: Fonte: Adaptado de Shah *et al*, 1995.

$$h = n_a \cdot d_a, \quad (4)$$

onde d_a é o diâmetro máximo do agregado e n_a é uma constante empírica a qual Bazant e Oh (1983), através de modelagem, sugeriram $n_a \cong 3$ para concreto.

Considerando-se uma curva tensão-deformação na zona de processo de fratura $\sigma(\varepsilon^{cr})$, a quantidade de energia dissipada na fissuração por unidade de área da banda de fissura, ou energia de fratura (G_f), é igual ao produto da área sob esta curva e a largura da banda de fissura (SHAH *et al*, 1995). O valor de G_f pode ser encontrado, de maneira geral, pela Equação (5).

$$G_f = h \int_0^{\varepsilon_u^{cr}} \sigma d\varepsilon^{cr} \quad (5)$$

onde ε^{cr} é a deformação na zona de processo de fratura ou deformação de fissura e o limite superior da integral, ε_u^{cr} , é a deformação máxima na zona de processo de fratura.

De acordo com Shah *et al* (1995), tanto o modelo de fratura fictícia proposto por Hillerborg *et al.* (1976), quanto o modelo proposto por Bazant e Oh (1983), podem ser combinados com uma análise de elementos finitos para prever o comportamento de fratura de diversas estruturas de material cimentício. Nesses modelos a energia de fratura é considerada uma propriedade do material, já que em ensaios experimentais tal parâmetro não depende do seu tamanho e geometria.

2.4.2 Modelos de Plasticidade

De acordo com Santos (2009), a teoria da plasticidade inicialmente foi desenvolvida para materiais metálicos na intenção de representar o comportamento inelástico não-linear resultante da movimentação das discordâncias da rede cristalina interna. Apesar dos mecanismos do comportamento inelástico do material de base cimentícia serem diferentes dos metálicos, onde seu mecanismo de deformação permanente resulta principalmente através de propagação de fissuras, foram desenvolvidos vários modelos constitutivos baseados na teoria da plasticidade.

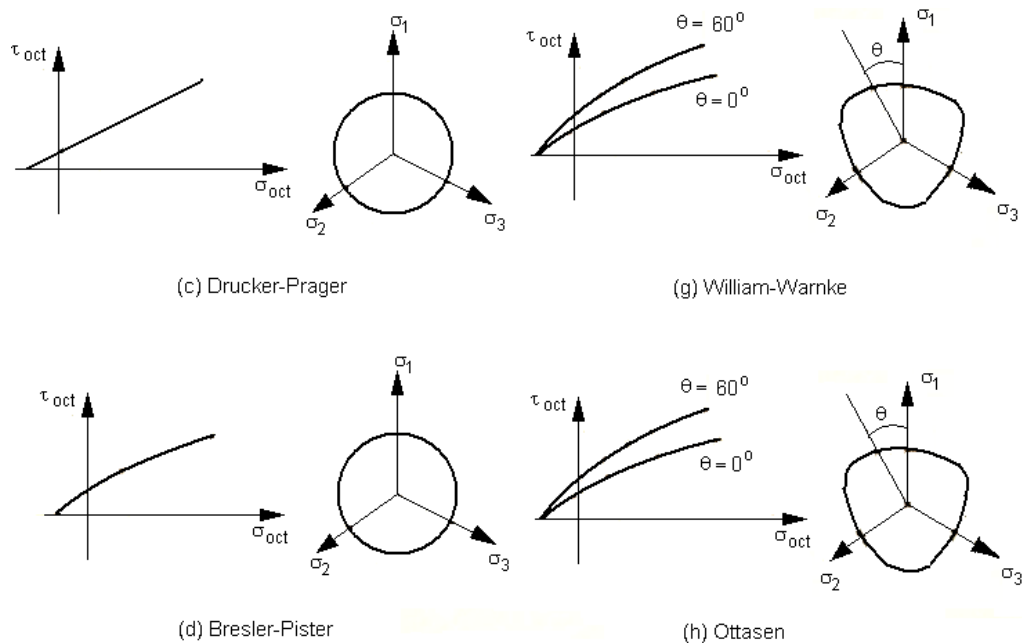
Para que seja possível a aplicação do modelo de plasticidade em materiais cimentícios, adaptações para descrever principalmente o comportamento pós-pico devem ser adotadas, pelo fato de existir o amolecimento por deformação (*strain-softening*), o que difere dos metais que possuem endurecimento (*strain-hardening*).

Modelos de plasticidade com endurecimento

Segundo Santos (2009), os modelos de plasticidade com endurecimento do concreto são utilizados para descrever a região pré-pico quando se é possível simular o processo de fissuração por uma regra de endurecimento. Chen e Chen (1975)

apresentaram um modelo de relações constitutivas do concreto para um estado geral de tensões tomando como base a teoria da plasticidade. Propuseram uma função carregamento que se baseia na regra de endurecimento mista (endurecimento isotrópico e cinemático) considerando o concreto como material isotrópico e homogêneo. Também levaram em conta o comportamento frágil do concreto à tração e a perda de rigidez quando fissurado. Diversos modelos baseados na teoria da plasticidade existem atualmente com diferentes superfícies de falha e carregamento, regra de endurecimento e regra de fluxo, conforme pode ser visto na Figura 20.

Figura 20 - Modelos de falha do concreto baseados na teoria da plasticidade (CHEN e HAN, 1988)

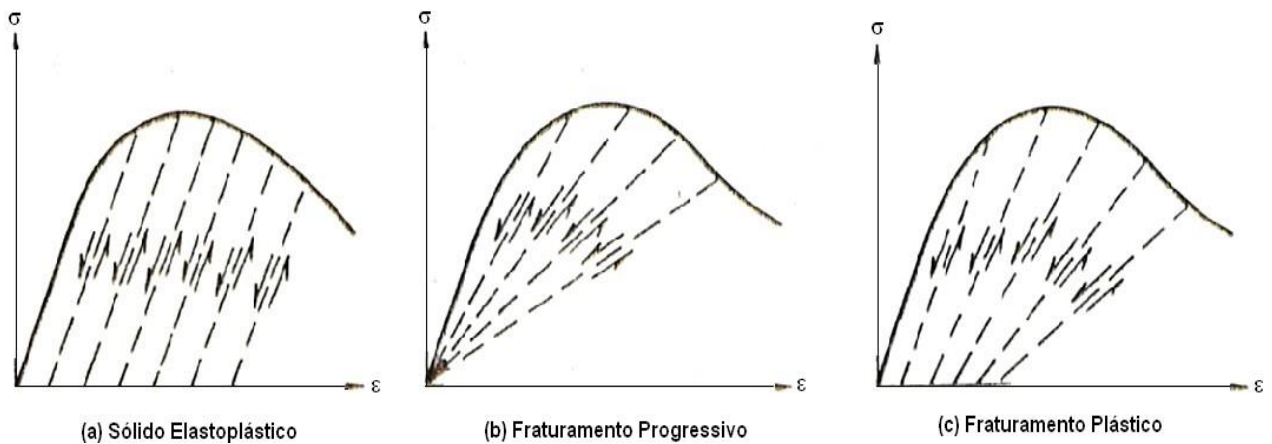


Fonte: Adaptado de Chen e Han (1988).

Modelos de plasticidade com amolecimento

O concreto apresenta comportamento de amolecimento pós-pico onde ocorre perda de rigidez, e quanto maior a deformação menor a tensão. Chen e Han (1988) apresentam três tipos de modelos de comportamento que podem ser utilizados para o concreto: sólido elastoplástico, fraturamento progressivo e faturamento plástico (ver Figura 21).

Figura 21 - Tipos de modelos de comportamentos para representar o amolecimento (softening) do concreto.



Fonte: Chen e Han (1988).

É possível observar que embora o modelo sólido elastoplástico exiba deformação permanente, ele não consegue representar a perda de rigidez devido a propagação de fissuras. O modelo de fraturamento progressivo considera o material perfeitamente elástico e existe queda da rigidez com o aumento da deformação. Apesar desse modelo apresentar perda de rigidez, não apresenta deformação permanente. O modelo de fraturamento plástico exibe tanto perda de rigidez devido ao processo de fissuração, quanto o acúmulo de deformação permanente a medida que a deformação cresce, o que torna este modelo o mais adequado para apresentar o comportamento de amolecimento que se vê no concreto (*strain-softening*).

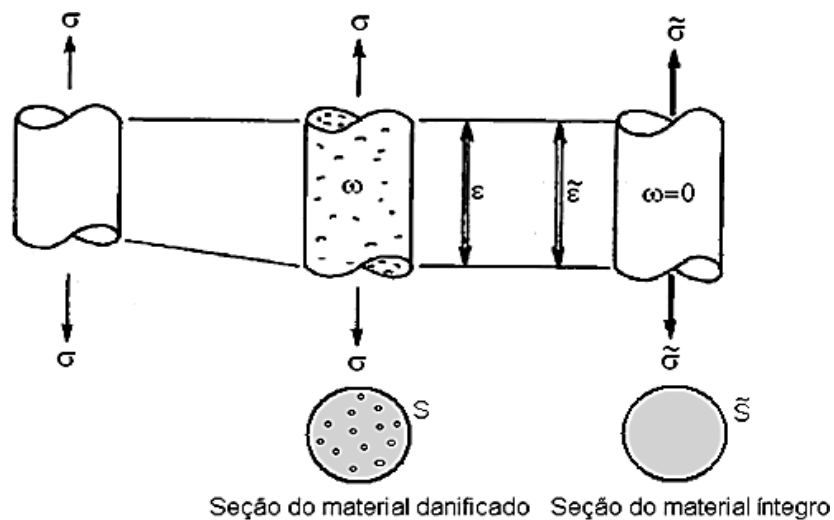
2.4.3 Modelo de Dano Contínuo

A Mecânica do Dano busca descrever o comportamento mecânico de materiais que apresentam perda de rigidez da matriz, que é o caso dos materiais de base cimentícia, substituindo de forma mais simples a modelagem baseada na teoria da plasticidade, introduzindo um parâmetro de dano que varia adequadamente com a tensão ou deformação. A evolução de tal parâmetro de dano degrada as propriedades mecânicas do material, afetando, desta forma, a rigidez da estrutura.

Para descrever a degradação da rigidez, pode-se utilizar o princípio da equivalência de deformações proposto, inicialmente, por Lemaitre e Chaboche em 1990. Tal princípio assume que para um corpo com área de seção transversal íntegra S , deve atuar uma tensão nominal efetiva σ , de forma que para o mesmo corpo, com área de seção transversal danificada S , tenha uma tensão nominal média σ que leve os dois

corpos a apresentarem deformações iguais. Com isso, a deformação do corpo íntegro ε_0 será igual à deformação do corpo danificado ε , conforme mostra a Figura 22.

Figura 22 - Tensão efetiva e equivalência de deformação no volume representativo de corpo danificado e parte não danificada, sob carga uniaxial.



Fonte: Adaptado de Lemaitre e Chaboche, 1990.

A Mecânica do Dano descreve o comportamento desde o estado inicial até o surgimento de macro fraturas. Porém, neste caminho nem sempre é facilmente definido qual fenômeno de deformação é responsável pela formação da fissura. De acordo com Lemaitre e Chaboche (1990), para os processos de oxidação, corrosão e irradiação ainda não há modelos termodinâmicos que os descrevam. Todavia, para o dano plástico dúctil, dano visco-plástico, fadiga e dano macro frágil a Mecânica do Dano é válida para qualquer nível de temperatura e forma de carregamento. Isso por que a natureza do modelo de evolução do dano pode representar diferentes fenômenos que podem se acumular ou interagir uns com os outros.

Na Mecânica do Dano, quando se conhece o estado de tensão e deformação de um elemento, as leis do dano provêm em relação ao tempo, a evolução do dano até o estágio de formação das fraturas macroscópicas. Sendo assim, pode ser utilizada para se correlacionar a degradação do material com a deterioração das suas propriedades mecânicas (como o módulo de elasticidade) para que seja possível descrever, por exemplo, o amolecimento (*softening*) no comportamento mecânico macroscópico.

A Mecânica do Dano é usada com bons resultados em muitos trabalhos para descrever o comportamento do concreto armado, como nos trabalhos de Santos (2009) e Rocha (2017).

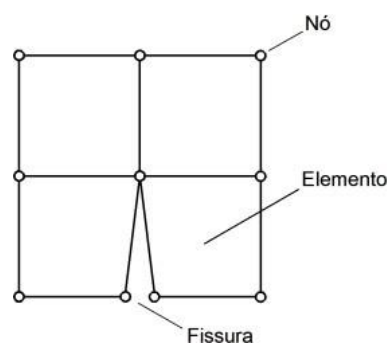
2.5 MODELOS DE CONCRETO FISSURADO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A modelagem de fissuras de forma precisa é algo que apresenta dificuldades por se tratar da descontinuidade do campo de deslocamentos, o que leva a concentração de tensão e plastificação localizada na ponta da fissura. Em uma simulação numérica, baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF), é de suma importância a escolha correta do tipo de modelo a ser utilizado em cada situação. As fissuras podem ser modeladas de três formas distintas: discreta, distribuída ou incorporada.

2.5.1 Modelo de fissuração discreta

Na representação de forma discreta a fissura é modelada pela separação das arestas dos elementos como superfícies de contorno (ver Figura 23). No MEF, a menos que a trajetória da fissura seja conhecida antecipadamente, as propagações das fissuras discretas são modeladas alterando-se a malha (*remesh*) na região em frente a ponta da fissura para modelagem das novas superfícies geradas. Porém esta redefinição de malha possui um grande custo computacional, dificultando a utilização desse modelo em casos com várias fissuras espalhadas ao longo da peça, como no caso de estruturas de concreto armado (GAMINO, 2007). Uma alternativa para reduzir tal custo é estabelecer um caminho preferencial, e, portanto, não natural, para a fissura propagar por entre elementos, liberando os vínculos entre os pontos nodais à medida que a fissura evolui.

Figura 23 - Representação do modelo de fissuras discretas.

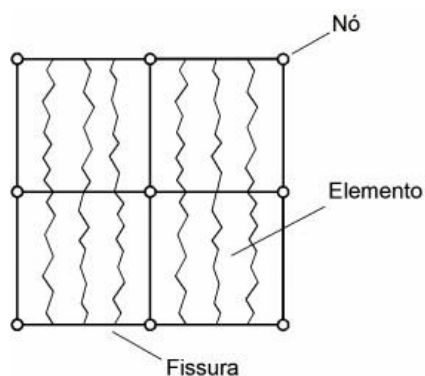


Fonte: Adaptado de Kwak e Filippou, 1990.

2.5.2 Modelos de fissuração distribuída

Nos modelos de fissura distribuída a descontinuidade do campo de deslocamentos causada pela fissura é espalhada ao longo do elemento, conforme Figura 24, que tem sua equação constitutiva alterada, imitando modelos de dano contínuo. Mesmo sabendo que a continuidade de deslocamentos assumida é incompatível com a descontinuidade real, modelos deste tipo foram os mais utilizados ao longo dos anos, devido ao fato de sua aplicação computacional ser simples e conseguirem modelar de forma satisfatória o comportamento estrutural global de peças de concreto armado. Porém, resultados obtidos com essa forma de representação apresentaram-se muito dependentes da malha utilizada, o que foi solucionado com a aplicação direta de conceitos da Mecânica da Fratura (BAZANT e OH, 1983 ; D'ÁVILA, 2003).

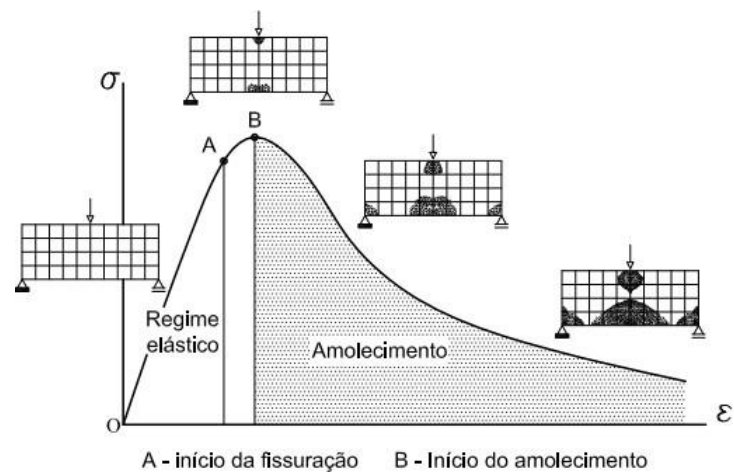
Figura 24 - Representação do modelo de fissuras distribuídas.



Fonte: Adaptado de Kwak *et al*, 1990.

Os modelos de fissuras distribuídas baseiam-se no monitoramento da deterioração das propriedades físicas do material em função da deformação específica, sendo o processo de evolução das fissuras descrito pelo decaimento gradual de tensões com aumento de deformações, como é mostrado na Figura 25.

Figura 25 - Propagação de fissuras em modelos distribuídos.



Fonte: Penna, 2011.

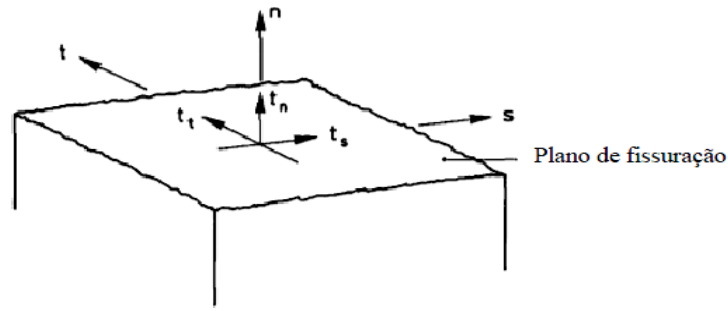
Os modelos de fissuração distribuída fundam-se na idealização de um meio contínuo durante todo o processo de análise, sem geração de descontinuidades. Nesse meio, as relações entre tensões e deformações são adotadas para acompanhar o processo de fissuração, tomando como base de formulação os limites de resistência do concreto e parâmetros da mecânica da fratura. Os modelos tradicionais de fissuração para o concreto tratam o material como inicialmente isotrópico e homogêneo, e à medida que a sollicitação no material aumenta, seu comportamento é alterado devido ao surgimento de fissuras, que no decorrer da análise se propagam por todo o meio em determinadas direções. A partir do início da fissuração, o material passa a ser tratado como ortotrópico e o eixo de ortotropia determinados de acordo com a direção das fissuras (PENNA et al., 2013).

De acordo com Rots e Blaauwendraad (1989), normalmente nos modelos de fissuração distribuída, leis tensão-deformação são escritas relativamente aos eixos principais de ortotropia n , s e t (ver Figura 26) na forma da Equação (6).

$$\{\sigma_i\} = [{}^sD]\{\varepsilon_i\} \quad (6)$$

onde $\{\sigma_i\}$ é o vetor de tensões no sistema local, $[{}^sD]$ a matriz constitutiva secante local e $\{\varepsilon_i\}$ o vetor de deformações no sistema local.

Figura 26 - Sistema de coordenadas locais e tração através de uma fissura.



Fonte: Adaptado de Rots e Blaawendraad (1989).

Para o caso tridimensional, são necessárias 9 componentes de rigidez para caracterização do meio fissurado, conforme mostrado na Equação (7).

$$\begin{bmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{ss} \\ \sigma_{tt} \\ \sigma_{ns} \\ \sigma_{st} \\ \sigma_{tn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{nn} & E_{ns} & E_{nt} & 0 & 0 & 0 \\ E_{ns} & E_{ss} & E_{st} & 0 & 0 & 0 \\ E_{nt} & E_{st} & E_{tt} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{ns} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{st} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{nt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{nn} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_{tt} \\ \varepsilon_{ns} \\ \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{tn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Nesse caso, n é a direção normal à fissura (referente ao modo I de fissuração), e s e t as direções referentes às direções tangenciais de fissuração nos modos II e III, respectivamente.

As primeiras versões dessa formulação tratavam as direções normais às fissuras com rigidezes nulas ($E_{nn} = E_{ns} = E_{nt} = G_{ns} = G_{nt} = 0$), o que levavam as tensões associadas σ_{nn} , σ_{ns} e σ_{nt} , no momento da abertura da fissura, decaírem de um valor limite para zero (RASHID, 1968). Porém, segundo Rots e Blaawendraad (1989), esta é uma aproximação grosseira, longe da realidade, com relação ao comportamento de materiais heterogêneos. Por isso, foram reinseridos os termos G_{ns} e G_{nt} com auxílio de uma equação de proporcionalidade com o módulo de elasticidade transversal G . Em 1983, Bažant e Oh reinseriram o termo E_{nn} , com auxílio de uma equação de proporcionalidade com módulo de elasticidade longitudinal E . Os termos do módulo de rigidez transversal não zeram, pois a contribuição do efeito do coeficiente de Poisson (ν) no material fissurado é considerada. Logo, a relação incremental tensão-deformação para o material fissurado em estado plano $n \times t$ se dá pela Equação (8).

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_{nn} \\ \Delta\sigma_{tt} \\ \Delta\sigma_{tn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu E}{1-\nu^2\mu} & \frac{\nu\mu E}{1-\nu^2\mu} & 0 \\ \frac{\nu\mu E}{1-\nu^2\mu} & \frac{\mu E}{1-\nu^2\mu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_{nn} \\ \Delta\varepsilon_{tt} \\ \Delta\varepsilon_{tn} \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

sendo E o módulo de elasticidade longitudinal, ν o coeficiente de Poisson, β fator de retenção ao cisalhamento e μ o fator de redução de rigidez no modo I, que é negativo em caso de amolecimento (*softening*).

Existe uma diversidade de trabalhos que se utilizam dos modelos de fissuração distribuída, tais como: Feenstra *et al.* (1995), Weihe *et al.* (1998), D'Ávila (2003), Menin *et al.* (2009), Pacheco (2013).

2.5.3 Modelos de fissuração incorporada

Segundo Menin *et al.* (2009), os modelos de fissura incorporada reúnem os aspectos favoráveis dos modelos citados anteriormente, de modo que as fissuras possam se propagar em qualquer direção, não sendo necessário fazer uma redefinição de malha e os resultados obtidos sendo independentes da malha de elementos finitos utilizada. São baseados no conceito de descontinuidades incorporadas dentro de elementos finitos padrão.

É de grande relevância a escolha do modelo a ser utilizado para modelar o comportamento pós-fissuração do concreto, ou seja, os modelos de amolecimento na tração (*softening*). Existem os modelos semiempíricos, modelos com transferência de tensão e modelos baseados na Mecânica da Fratura. Nos dois primeiros, a fissuração do material é governada pela resistência à tração do concreto, já nos modelos do terceiro grupo, o parâmetro governante é a energia de fratura. E a escolha de qual destes utilizar vincula-se ao tipo de problema a ser analisado.

2.6 MODELAGEM COMPUTACIONAL DE COMPÓSITOS CIMENTÍCIOS VIA FEMIX

Usado no presente trabalho, o FEMIX versão 4.0 é um programa computacional que propõe analisar estruturas através do Método dos Elementos Finitos (MEF), tendo sido desenvolvido por Álvaro Azevedo, Joaquim Barros, José Sena Cruz, Alberto Ribeiro e Vitor Cunha com foco inicial em estruturas de material cimentício com reforço ou não. Este programa possui a capacidade de analisar um vasto leque de estruturas, utilizando para isso elementos tridimensionais, bidimensionais, de placas e cascas espessas, de barras 3D etc. O programa pode realizar análises estáticas e dinâmicas, lineares e não







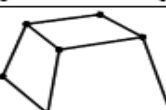



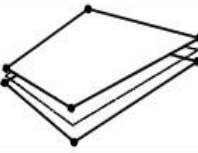
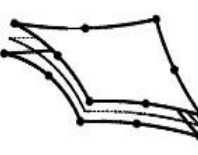
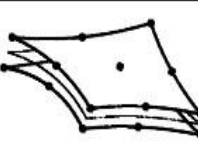
lineares, de estruturas, considerando diferentes tipos de elementos finitos, nos quais podem ter geometria e número de nós variáveis, conforme mostrado na Tabela 4.

Cruz *et al.* (2007), mostra que a análise linear elástica de um problema resolvido pelo FEMIX se dá da seguinte forma:

- Leitura e validação dos dados;
- Cálculo da matriz de rigidez dos elementos;
- Cálculo das ações nodais equivalentes;
- Montagem na matriz de rigidez global;
- Introdução das condições de contorno;
- Resolução do sistema de equações lineares através de método direto (utiliza a eliminação de Gauss e aplica-se a malhas de pequena e média dimensão) ou por método iterativo (resolve sistemas de equações lineares através de um método de gradientes conjugados, sendo aplicado em malhas de grande dimensão);
- Pós-processamento dos resultados com cálculo das deformações, tensões e esforços em pontos do elemento.

Para além do comportamento elástico linear, a ferramenta de cálculo possui diversos modelos não lineares de material (NLMM). Apesar de serem recomendados para determinados materiais, esses modelos podem ser utilizados para qualquer tipo de material de comportamento equivalente que o usuário entenda como válido. Existe a possibilidade de utilizar no material apenas análise não linear à compressão, à tração ou ambas em conjunto.

Tabela 4 - Tipos de elementos finitos disponíveis no FEMIX 4.0.

Applicability	Description	Shape
Point spring (2D or 3D)	1-node	
Truss (2D or 3D) Beam (2D or 3D)	Linear 2-node	
Timoshenko beam (2D or 3D) Embedded cable (2D or 3D) Cable (2D or 3D) Line spring (2D or 3D)	Quadratic 3-node	
Plane stress (2D) Mindlin slab (2D) Mindlin shell (3D) Ahmad shell (3D) Surface spring (2D or 3D)	Lagrangian 4-node	
	Serendipity 8-node	
	Lagrangian 9-node	
Solid (3D)	Lagrangian 8-node	
	Serendipity 20-node	
Line interface (2D)	Linear 4-node	
	Quadratic 6-node	
Surface interface (3D)	Lagrangian 8-node	
	Serendipity 16-node	
	Lagrangian 18-node	

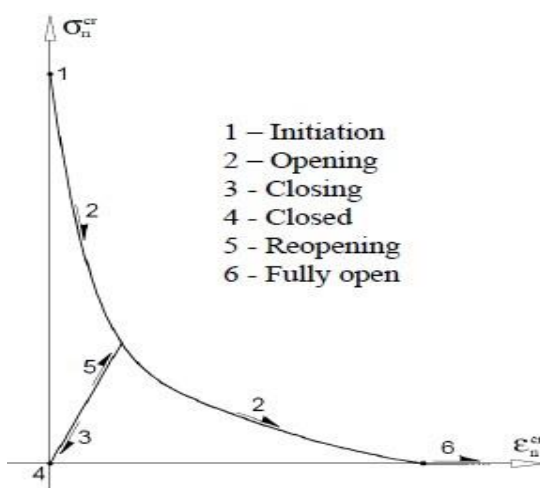
Fonte: Cruz, 2005.

Para a análise não linear elástica o programa considera a plastificação do aço além da fissuração do concreto sob esforços de tração e esmagamento. A não linearidade é resolvida através de uma análise incremental iterativa. Nesta análise aumenta-se gradualmente a carga por intermédio de um fator de carga que cresce à medida que o material se caminha para ruptura. Para cada valor do fator de carga obtém-se um sistema de equações não-lineares que é resolvido pelo método de Newton-Raphson.

Com esta análise é possível conhecer a evolução da estrutura à medida que a carga cresce até à ruptura total ou parcial. Em cada incremento de carga, e em cada ponto de Gauss, é possível obter informações relativas ao estado de deformação, estado de tensão, estado de fissuração (referente à orientação, abertura e tensão nas fissuras) e situação do aço e do concreto. (CRUZ et al., 2007).

As fissuras podem ser representadas por várias categorias. A Figura 27 mostra um esquema com os diversos estados possíveis de uma fissura. O processo se inicia no estado *initiation*, quando a fissura abre pela primeira vez. Com o aumento da fissura, passa para o estado *opening*. A partir dessa fase existem duas opções: ou a fissura continua abrindo até atingir o estado de *fully open*, ou a fissura tende a se fechar atingindo o estado *closing*. Quando a abertura de fissura é nula, passa para o estado *closed*. Caso a fissura torne a abrir, passa a *reopening*.

Figura 27 - Estados possíveis de uma fissura.



Fonte: Cruz, 2005.

O controle de incrementos de carga é determinado através do método do arc-length, sendo possível no programa determinar os incrementos de carga baseando-se no aumento de um deslocamento desejado também. Tal combinação de características

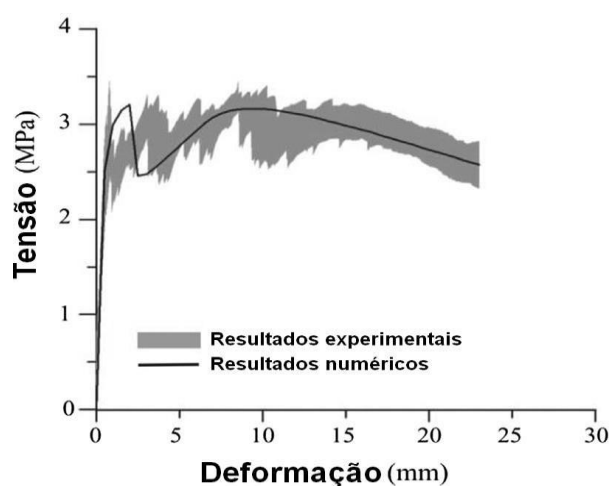
permite simular ensaios de certo grau de complexidade onde podem acontecer acréscimos e diminuições no valor da carga aplicada.

Entre iterações deve ser escolhido o critério de convergência que pode ser comprimento do vetor de incrementos deslocamentos, comprimento do vetor de forças desequilibradas ou mesmo critérios relativos à energia dissipada. Por fim deve ser determinada a tolerância de cada combinação, que é o erro máximo admitido durante o cálculo das iterações. Uma vez que o erro é menor que a tolerância estipulada, a combinação converge e passa à combinação seguinte.

O FEMIX foi utilizado por Lima *et al.* (2017) com a finalidade de avaliar as potencialidades do sisal para o desenvolvimento de elementos construtivos de caráter semiestrutural. Dentro do contexto de análise não linear dos materiais por elementos finitos de estruturas de concreto em casca, o modelo constitutivo de fissuração adotado foi implementado baseando-se na Teoria de Reissner-Mindlin adaptada para o caso de cascas laminadas.

Os autores determinaram os parâmetros do modelo constitutivo por ajuste tomando como base a curva carga/deslocamento obtida em seus ensaios experimentais (ver Figura 28) e conseguiram uma boa precisão em nos resultados numéricos. Por questões de simetria nas condições de teste, foi modelado apenas metade dos espécimes compósitos. Foi utilizada uma malha de elementos finitos de casca de 20 x 10 decompostos em camadas de espessuras iguais. Os valores dos parâmetros encontrados por Lima *et al.* (2017) estão apresentados na Tabela 5.

Figura 28 - Modelo numérico para o compósito.



Fonte: Lima *et al.* (2017).

Tabela 5 - Valores dos parâmetros dos modelos constitutivos utilizados nas simulações numéricas.

Parâmetros	Valores
Módulo de Elasticidade (E)	12000 N/mm ²
Coeficiente de Poisson (ν)	0,15
Resistência à tração (f_{ct})	1,4 MPa
Parâmetros do diagrama trilinear de amolecimento	$\xi_1 = 0,01; \alpha_1 = 0,60;$ $\xi_2 = 0,10; \alpha_2 = 0,90$
Energia de fratura modo I (G_f)	2,5 N/mm
Fator de retenção ao cisalhamento	2
Ângulo limite (α_{th})	30°
Largura de banda de fissuração (l_b)	Raiz quadrada da área ponto de integração
Número máximo de fissuras por ponto de integração	2

Fonte: Lima et al (2017).

Tabela 6 - Valores dos parâmetros do modelo constitutivo utilizado nas simulações numéricas (obtidos através de análise inversa).

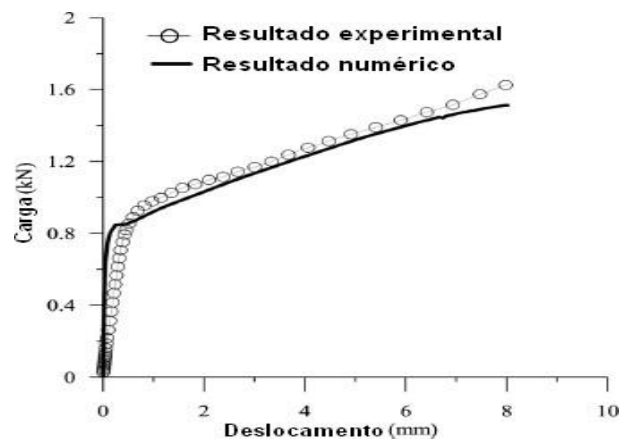
Parâmetros	Valores
Módulo de Elasticidade (E)	12000 N/mm ²
Coeficiente de Poisson (ν)	0,15
Resistência à tração (f_{ct})	1,1 MPa
Parâmetros do diagrama trilinear de amolecimento	$\xi_1 = 0,005; \alpha_1 = 0,60;$ $\xi_2 = 0,50; \alpha_2 = 1,00$
Energia de fratura modo I (G_f)	1,0 N/mm
Fator de retenção ao cisalhamento	2
Ângulo limite (α_{th})	30°
Largura de banda de fissuração (l_b)	Raiz quadrada da área ponto de integração
Número máximo de fissuras por ponto de integração	2

Fonte: Lima et al (2018).

Lima et al. (2018) utilizaram o FEMIX para modelar elementos de enchimento fabricados com compósitos de matriz cimentícia reforçados com fibra de sisal para utilização em lajes. Para isso foram encontrados os parâmetros do modo I de fratura através de análise inversa. Os autores utilizaram elementos finitos de casca plana 3D da família Serendipity de 8 nós baseados na teoria de casca laminada de Reissner-Mindlin. A Tabela 6 mostra um resumo dos parâmetros do modelo constitutivo utilizados nas simulações numéricas de Lima et al. (2018) que foram obtidos através da análise inversa.

Devido a dupla simetria das condições de teste do elemento compósito, Lima et al. (2018) fizeram simulações numéricas em apenas um quarto dele. Todos os componentes da estrutura de casca foram discretizados com 10 camadas de espessura iguais e, para avaliação da matriz de rigidez e forças internas, foi adotado o esquema de integração de Gauss-Legendre. Na Figura 29, é possível perceber que o FEMIX conseguiu simular o comportamento do elemento de enchimento testado experimentalmente com um bom grau de concordância, capturando a ocorrência de zonas de fissuras decorrentes da flexão.

Figura 29 - Comparação da relação carga/deslocamento experimental e numérica.



Fonte: Lima et al (2018).

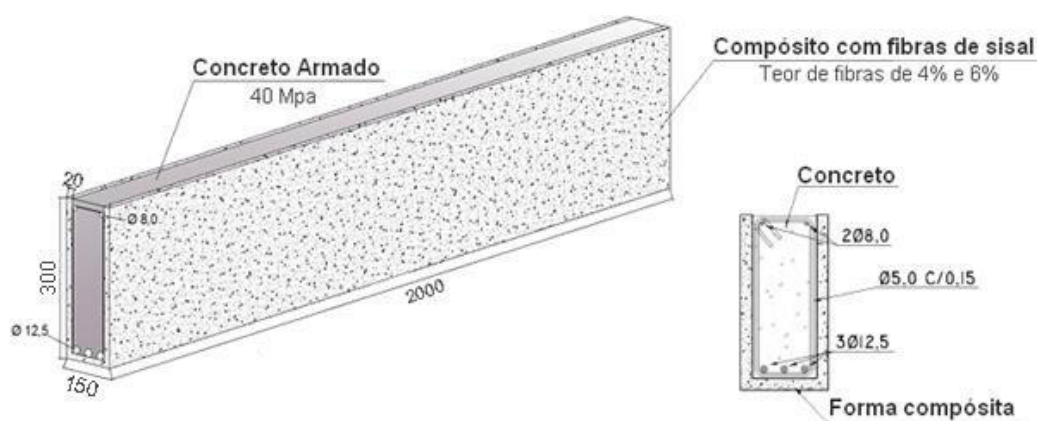
Além desses, outros autores utilizaram o FEMIX como ferramenta para modelagem de compósitos e tiveram boa acurácia em seus resultados, podendo-se citar Esmaeeli et al. (2015), Lourenço, et al. (2018), Gowda et al. (2019) e Dantas, R. R. et al. (2019).

3 METODOLOGIA

Foram modeladas computacionalmente e analisadas vigas de concreto armado com formas permanentes de compósitos cimentícios reforçados com fibras curtas de sisal sob flexão a 4 pontos. Um total de seis resultados de ensaios experimentais de vigas foram usados para validação do modelo computacional. As vigas ensaiadas são como mostradas na configuração ilustrada na Figura 30, sendo duas vigas de referência (apenas concreto armado, sem forma), duas com formas permanentes com 4% de fibra de sisal e duas com forma permanente com 6% de fibra.

Os ensaios experimentais destas vigas foram realizados na Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), no Laboratório de Estruturas, por Leite (2019).

Figura 30 - (a) Viga modelo para ensaios experimentais; (b) Seção transversal de viga com forma permanente.



Inicialmente, foi necessário calibrar os parâmetros do material compósito da forma, permitindo, assim, modelar a forma permanente, e em seguida calibrar os parâmetros do concreto armado com a modelagem das vigas de referência, possibilitando finalmente modelar a viga de concreto armado junto com a forma compósita.

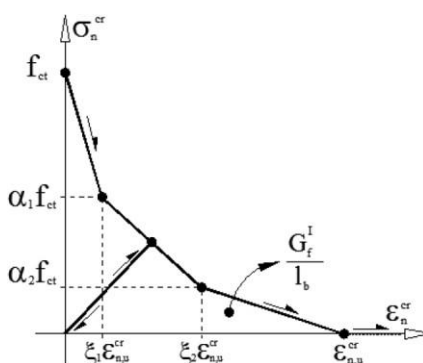
3.1 CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS PARA O MATERIAL COMPÓSITO

Para modelar com precisão o compósito cimentício reforçado com fibras curtas de sisal, faz-se necessário calibrar o comportamento mecânico do material, e para isso, conhecer algumas das suas propriedades: módulo de elasticidade (E) e coeficiente de Poisson (ν), que descrevem o trecho linear elástico, resistência à compressão (f_c),

resistência à tração (f_t), que determina o ponto de início da fissuração e início da não linearidade, e por fim, a energia de fratura (G_f) e as variáveis do diagrama trilinear (ver Figura 31) para descrever o comportamento não linear.

Para obter os valores desses parâmetros foi necessário modelar as placas extraídas das formas de material compósito sob ensaio de flexão com quatro pontos de Leite (2019), descritas na seção 2.3 deste trabalho.

Figura 31 - Diagrama tensão x deformação trilinear do comportamento de tração pós-fissuração para compósitos.



Fonte: Adaptado de Lima, 2018.

Sendo f_{ct} a resistência à tração, ξ_1 e ξ_2 as razões entre o deslocamento correspondente à tensão pós pico 1 ($\alpha_1 f_{ct}$) e pós pico 2 ($\alpha_2 f_{ct}$), respectivamente. O deslocamento último do diagrama trilinear é $\epsilon_{n,u}^{cr}$, e α_1 e α_2 são as razões entre a tensão pós pico 1 e pós pico 2, respectivamente. Por fim, a resistência à tração é f_{ct} , G_f corresponde a energia de fratura (Modo I) e l_b o comprimento característico.

3.1.1 Geração da malha

Para a geração de uma malha de elementos finitos para o FEMIX foi utilizado um software adicional, denominado s3dcad. Entre outras funcionalidades, este programa permite a leitura de arquivos previamente elaborados e os agrupam em um único arquivo. Tal procedimento foi utilizado para a criação das malhas no presente estudo. Para visualização dessas malhas foi utilizado o software Drawmesh

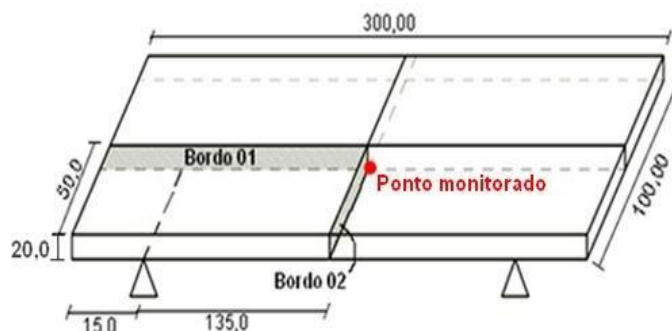
As placas extraídas das formas compósitas de Leite (2019) foram modeladas com elementos finitos de casca e também com elementos de sólido 3D. Após a realização de testes de convergência de resposta elástica, foram escolhidos os tamanhos dos elementos adequados e conseqüentemente as malhas, tornando, assim, os resultados independentes da malha.

Para os elementos de casca foi utilizada malha de dimensões 15mm x 12mm (ver Figura 33.a) e para os elementos de sólido foi utilizada malha de 15mm x 16mm e 20mm na direção da espessura da placa (ver Figura 33.b). Essas discretizações possibilitaram que os elementos/nós coincidissem com a posição exata dos apoios e das placas de aplicação das cargas.

3.1.2 Representação do compósito e condições de contorno

Os parâmetros do modelo computacional foram ajustados a partir da relação carga-deslocamento obtida nos resultados experimentais dos ensaios de flexão das placas extraídas das formas compósitas de Leite (2019), mostradas na Figura 8. Devido ao caráter simétrico do experimento, optou-se, sem prejuízo dos resultados, modelar apenas um quarto de placa (ver Figura 32). Foi monitorado o ponto central da placa, na coordenada (150,0; 50,0), da mesma forma que foi feito nos ensaios de Leite (2019) para medir os deslocamentos verticais, conforme Figura 7.

Figura 32 - Representação da área modelada (um quarto da área total) das placas extraídas das formas (Leite, 2019) (dimensões em mm). E ponto monitorado no centro da placa.



Utilizou-se elementos finitos de casca da família Serendipity com 8 nós (Figura 33.a) com base na teoria de cascas laminadas de Reissner-Mindlin (Mindlin Shell Quad), sendo cada elemento discretizado em 20 lâminas de espessura igual a 1mm cada. Já para a modelagem de sólido (Hexa Solid), foram utilizados elementos finitos tridimensionais com 20 nós (ver Figura 33.b). A integração numérica de Gauss-Legendre dos elementos de casca e de sólido foi com 2x2 e 2x2x2 pontos de integração, respectivamente.

Figura 33 - Elementos utilizados no modelo (a) Casca de 8 nós (b) Sólido 3D de 20 nós.



Fonte: Cruz, 2005.

Para representação do compósito, utilizaram-se os seguintes recursos disponíveis no FEMIX 4.0: o modelo numérico do material empregado nos elementos de casca foi o `_NLMM104` e para os elementos de sólido foi usado o modelo `_NLMM111`. Tais modelos do FEMIX consideram a não-linearidade e fissuração distribuída.

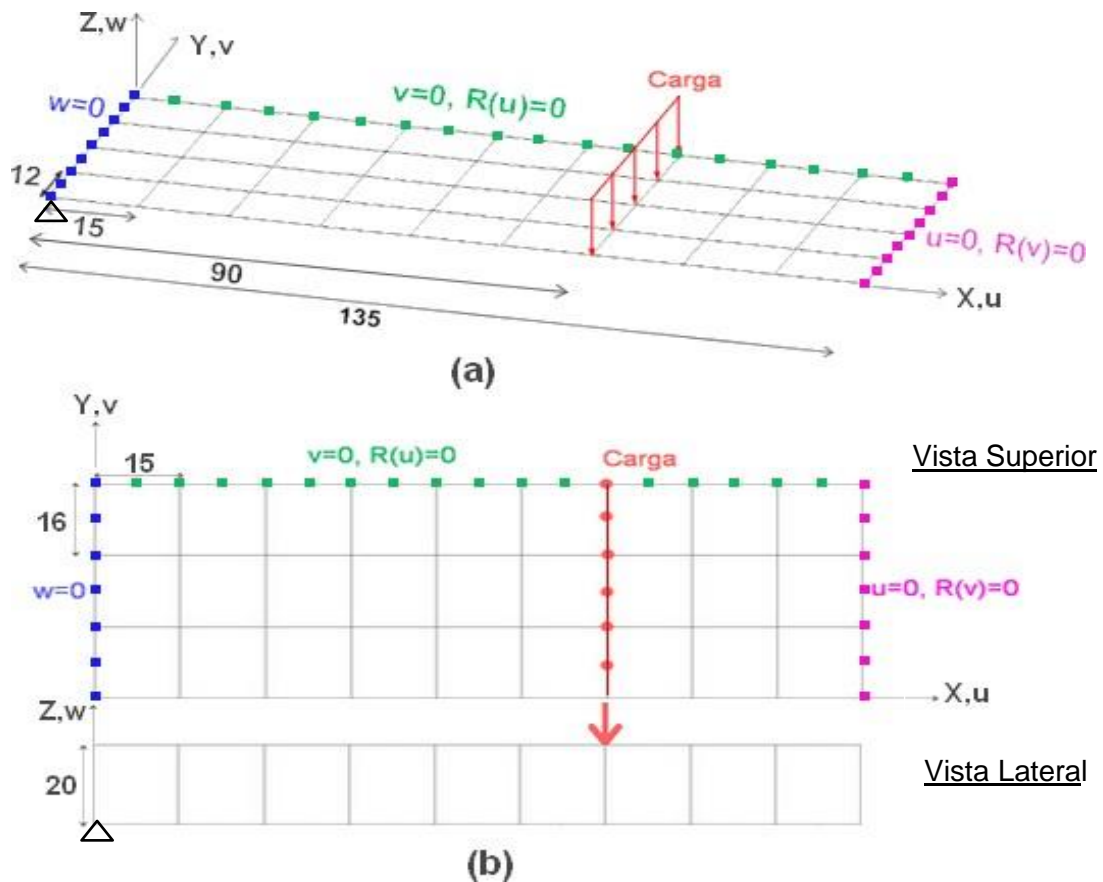
Para representação das condições de contorno dos experimentos, foram fixados os nós correspondentes a linha do apoio ($w=0$, direção z) na face inferior da placa (ver Figura 34). A fim de se manter o caráter simétrico das placas, restringiu-se os deslocamentos horizontais (direções x e y) nos bordos correspondentes aos eixos de simetria da placa. Dessa forma, conforme Figura 34, $u=0$ e $R(v)=0$ (rotação na direção v) na face do corte paralelo ao eixo y e $v=0$ e $R(u)=0$ (rotação na direção u) na face paralela ao eixo x .

Para aplicação de carga utilizou-se o recurso `EDGE_LOADS` do FEMIX, que representam cargas de linha nos bordos dos elementos, na modelagem com elementos de casca, e `POINT_LOADS`, que constituem cargas concentradas nos nós, para modelagem dos elementos de sólido.

Esses carregamentos incrementais foram aplicados na face superior dos elementos correspondentes a linha de carga dos ensaios experimentais de Leite (2019). Antes de se efetuar a análise não linear, o problema foi modelado como sendo linear elástico a fim de facilitar a escolha da malha e calibração de parâmetros como Módulo de Elasticidade e coeficiente de Poisson. Uma vez validado o modelo partiu-se então para a análise não linear.

Para resolução das equações não lineares, geradas pelo comportamento não linear dos materiais, foi utilizado o `arc-length` associado com o `Newton-Raphson`, sendo controlado o avanço do deslocamento do nó monitorado (ver Figura 32). Utilizou-se energia dissipada como critério de parada nas iterações do `Newton-Raphson`, utilizando 0,001 de tolerância para cada combinação, e o incremento de deslocamento adotado nos modelos dessa análise numérica para as duas modelagens foi de 0,1 mm. Vale salientar que tais valores foram adotados tendo em vista a convergência das respostas.

Figura 34 – Placas simuladas com restrições de graus de liberdade, dimensão dos elementos e pontos de aplicação de carga (a) malha com elementos de casca (b) malha com elementos de sólido (dimensões em mm).



3.1.3 Dados de entrada no programa

O coeficiente de Poisson (ν) foi estipulado com base em valores disponíveis em trabalhos com modelagens bem sucedidas de materiais similares (LIMA et al, 2017; LIMA et al, 2018) e os valores de Resistência à Compressão (f_c) foram oriundos dos ensaios de compressão realizados por Leite (2019). O Módulo de Elasticidade (E), Resistência à Tração (f_t), Energia de Fratura (G_f) e Parâmetros do diagrama trilinear (ver Figura 31) foram obtidos por meio da análise inversa dos ensaios de flexão com 4 pontos de placas extraídas da parede e do fundo das formas (Leite, 2019).

Os valores destes parâmetros foram ajustados a partir dos gráficos força-deslocamento obtida nos resultados experimentais de Leite (2019) que constam na Figura 8. As curvas utilizadas para modelagem das placas extraídas do fundo da forma foram a das placas ensaiadas com fundo externo para baixo (F-E-B) pois é o

posicionamento original na forma permanente (Figura 8.a). As curvas utilizadas para modelagem das placas extraídas das paredes da forma foram as das placas recortadas das paredes da forma na direção horizontal (L-H) pois nas placas flexionadas as fibras são solicitadas no eixo longitudinal da mesma forma que acontece nas paredes das formas (Figura 8.b).

As curvas da Figura 8 são apresentadas com valores médios, mínimos e máximos, isso corresponde à compilação dos resultados das 4 placas ensaiadas por Leite (2019) tanto para 4% de fibras, quanto para 6% de fibras. Para representar essa variação de resultados, foram gerados dois resultados numéricos para as placas com 4% de fibra e dois resultados para as placas com 6% de fibra, sendo um ajustado para a curva com os valores experimentais máximos (parâmetros superiores), e outro ajustado para a curva com os valores experimentais mínimos (parâmetros inferiores), aumentando, assim, a confiabilidade dos resultados numéricos.

Abaixo constam os parâmetros adotados para cada caso, incluindo as placas extraídas do fundo e da parede das formas de 4% de fibra (Tabela 7) e das placas extraídas do fundo e da parede das formas de 6% de fibra, para elementos de casca e de sólido (Tabela 8).

Tabela 7 - Parâmetros adotados no modelo constitutivo do compósito com 4% de fibra se utilizando de elementos de casca e de sólido.

Elemento de Casca	Parede da forma (4%)		Fundo da forma (4%)	
	Parâmetros Inferiores	Parâmetros Superiores	Parâmetros Inferiores	Parâmetros Superiores
Módulo de Elasticidade (E)	15.000 N/mm ²	15.000 N/mm ²	17.000 N/mm ²	17.000 N/mm ²
Coeficiente de Poisson (ν)	0,15	0,15	0,15	0,15
Resistência à compressão (f_c)	30,23 MPa	30,23 MPa	30,23 MPa	30,23 MPa
Resistência à tração (f_{ct})	1,90 MPa	2,10 MPa	1,60 MPa	2,50 MPa
Parâmetros do diagrama trilinear de amolecimento	ξ_1 = 0,0017 $\alpha_1 = 0,46$ $\xi_2 = 0,16$ $\alpha_2 = 0,39$	ξ_1 = 0,0017 $\alpha_1 = 0,46$ $\xi_2 = 0,16$ $\alpha_2 = 0,425$	ξ_1 = 0,0017 $\alpha_1 = 0,47$ $\xi_2 = 0,13$ $\alpha_2 = 0,50$	ξ_1 = 0,0017 $\alpha_1 = 0,40$ $\xi_2 = 0,13$ $\alpha_2 = 0,48$
Energia de fratura modo I (G_f)	1,20 N/mm	1,20 N/mm	1,20 N/mm	1,15 N/mm
Elemento de Sólido	Parede da forma (4%)		Fundo da forma (4%)	
	Parâmetros Inferiores	Parâmetros Superiores	Parâmetros Inferiores	Parâmetros Superiores

Módulo de Elasticidade (E)	16.000 N/mm ²	16.000 N/mm ²	18.000 N/mm ²	16.500 N/mm ²
Coeficiente de Poisson (ν)	0,15	0,15	0,15	0,15
Resistência à compressão (f_c)	30,23 MPa	30,23 MPa	30,23 MPa	30,23 MPa
Resistência à tração (f_{ct})	2,05 MPa	2,40 MPa	1,80 MPa	2,90 MPa
Parâmetros do diagrama trilinear de amolecimento	ξ_1 = 0,0011 $\alpha_1 = 0,55$ $\xi_2 = 0,07$ $\alpha_2 = 0,30$	ξ_1 = 0,0014 $\alpha_1 = 0,58$ $\xi_2 = 0,10$ $h = n_a \cdot d_a$	ξ_1 = 0,0017 $\alpha_1 = 0,70$ $\xi_2 = 0,13$ $\alpha_2 = 0,43$	ξ_1 = 0,0017 $\alpha_1 = 0,70$ $\xi_2 = 0,13$ $\alpha_2 = 0,43$
Energia de fratura modo I (G_f)	1,00 N/mm	1,00 N/mm	1,00 N/mm	1,15 N/mm

Tabela 8 - Parâmetros adotados no modelo constitutivo do compósito com 6% de fibra se utilizando de elementos de casca e de sólido.

Elemento de Casca	Parede da forma (6%)		Fundo da forma (6%)	
	Parâmetros Inferiores	Parâmetros Superiores	Parâmetros Inferiores	Parâmetros Superiores
Módulo de Elasticidade (E)	13.000 N/mm ²	13.000 N/mm ²	12.000 N/mm ²	13.000 N/mm ²
Coeficiente de Poisson (ν)	0,15	0,15	0,15	0,15
Resistência à compressão (f_c)	23,32 MPa	23,32 MPa	23,32 MPa	23,32 MPa
Resistência à tração (f_{ct})	1,90 MPa	2,10 MPa	2,00 MPa	2,50 MPa
Parâmetros do diagrama trilinear de amolecimento	ξ_1 = 0,0017 $\alpha_1 = 0,56$ $\xi_2 = 0,13$ $\alpha_2 = 0,80$	ξ_1 = 0,0019 $\alpha_1 = 0,58$ $\xi_2 = 0,13$ $\alpha_2 = 0,90$	ξ_1 = 0,0020 $\alpha_1 = 0,54$ $\xi_2 = 0,13$ $\sigma(\epsilon^{cr})$	ξ_1 = 0,0020 $\alpha_1 = 0,525$ $\xi_2 = 0,13$ $\alpha_2 = 0,78$
Energia de fratura modo I (G_f)	2,50 N/mm	2,90 N/mm	1,80 N/mm	2,80 N/mm
Elemento de Sólido	Parede da forma (6%)		Fundo da forma (6%)	
	Parâmetros Inferiores	Parâmetros Superiores	Parâmetros Inferiores	Parâmetros Superiores
Módulo de Elasticidade (E)	13.000 N/mm ²	11.500 N/mm ²	12.500 N/mm ²	13.500 N/mm ²
Coeficiente de Poisson (ν)	0,15	0,15	0,15	0,15
Resistência à compressão (f_c)	23,32 MPa	23,32 MPa	23,32 MPa	23,32 MPa
Resistência à tração (f_{ct})	1,80 MPa	2,18 MPa	1,95 MPa	2,42 MPa

Parâmetros do diagrama trilinear de amolecimento	ξ_1 = 0,0020	ξ_1 = 0,0026	ξ_1 = 0,0017	ξ_1 = 0,0012
	$\alpha_1 = 0,85$	$\alpha_1 = 0,80$	$\alpha_1 = 0,84$	$\alpha_1 = 0,80$
	$\xi_2 = 0,04$	$\xi_2 = 0,03$	$\xi_2 = 0,11$	$\xi_2 = 0,05$
	$\alpha_2 = 0,92$	$\alpha_2 = 0,98$	$\alpha_2 = 0,60$	$\alpha_2 = 0,96$
Energia de fratura modo I (G_I)	2,45 N/mm	2,70 N/mm	2,00 N/mm	2,90 N/mm

Os demais parâmetros mostrados na Tabela 9 serão os mesmos para todas as simulações de compósitos feitas no presente trabalho, cujos valores foram baseados nos trabalhos de Lima et al. (2017) e Lima et al. (2018).

Tabela 9 - Parâmetros adotados no modelo constitutivo do compósito.

Fator de retenção ao cisalhamento	$p_1 = 2$ ($\beta_{\text{QUADRATIC}}$)
Parâmetro que define a energia disponível para abertura de uma nova fissura no Modo I	$p_2 = 2$
Ângulo entre fissuras (Threshold angle)	$\alpha_{\text{th}} = 30^\circ$
Largura de banda de fissuração	$l_b =$ Raiz quadrada da área no ponto de integração
Número máximo de fissuras por ponto de integração	2

3.2 MODELAGEM DA FORMA PERMANENTE DE COMPÓSITO REFORÇADO COM FIBRA DE SISAL

Com a calibração inicial do material compósito foi possível modelar as formas permanentes. Para verificar a precisão dos parâmetros ajustados anteriormente foi feita a modelagem numérica do ensaio experimental de flexão com carga uniformemente distribuída das formas, realizado por Leite (2019), mostrado na seção 2.3 deste trabalho (Figura 5).

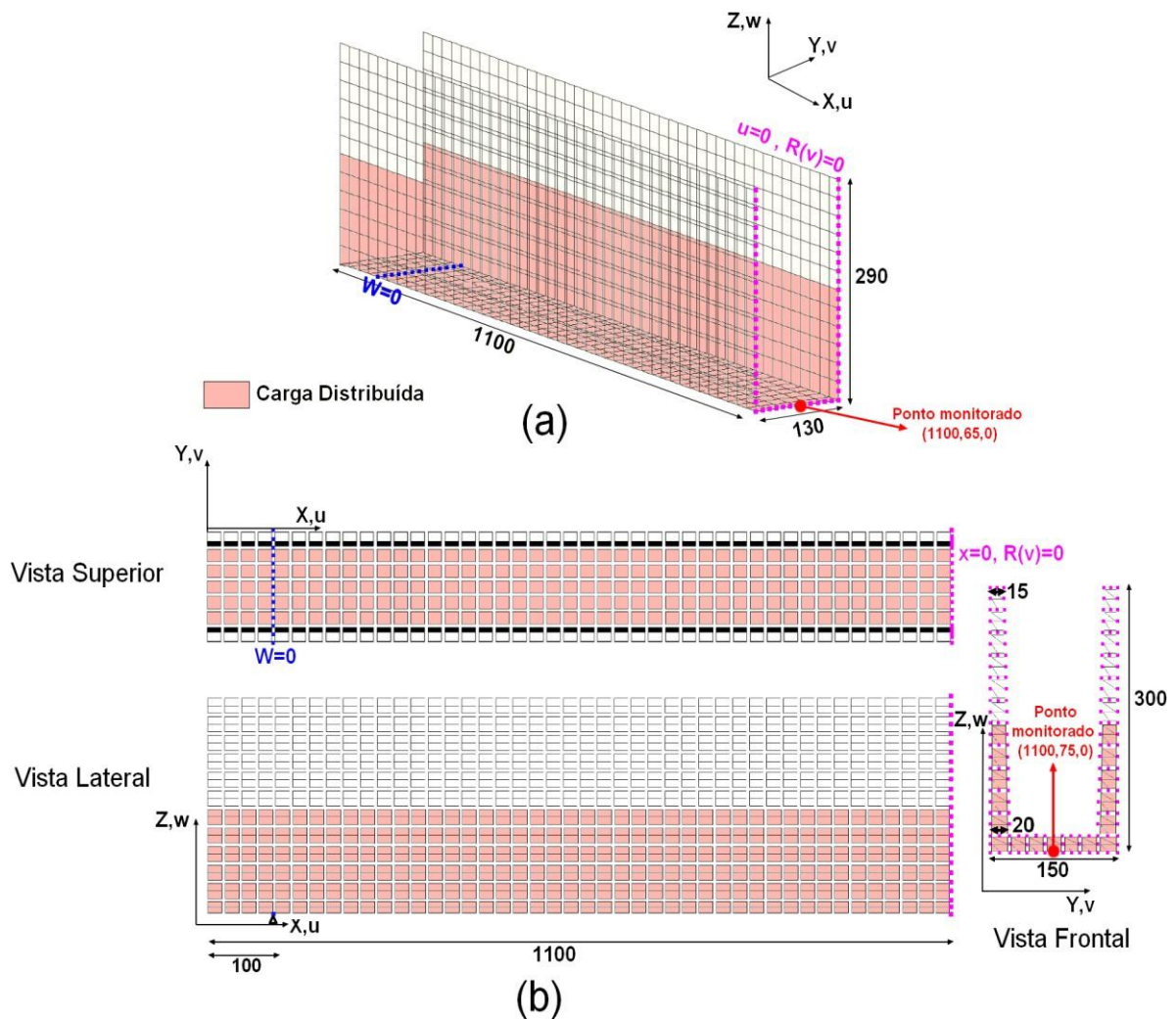
Para que o resultado fosse o mais próximo da realidade este ensaio foi modelado no FEMIX utilizando os mesmos parâmetros ajustados para o material compósito na seção 3.1 deste trabalho (Tabela 7, Tabela 8 e Tabela 9). Os parâmetros das placas extraídas do fundo e da parede foram utilizados em conjunto para se obter o resultado numérico da forma permanente.

Por questões de simetria das condições de teste, foi possível simular numericamente metade das formas com o intuito de reduzir o custo computacional da modelagem.

O modelo com elementos de casca possui 44 elementos na direção X, 12 elementos na direção Y e 6 elementos na direção Z, estando a casca no plano médio da forma, por isso as dimensões 1100x130x290mm conforme Figura 35.a. Para as formas modeladas com elementos 3D, foram utilizados 44 elementos da direção X, 5 elementos na direção Y e 11 elementos na direção Z. Assim como em Leite (2019), foi considerada a variação da espessura das paredes da forma ao longo de sua altura (variando de 20 mm para 15mm no topo), conforme Figura 35.b.

Para representação das condições de contorno dos experimentos, foram fixados os nós correspondentes a linha do apoio ($w=0$, direção z) na face inferior dos elementos no fundo da forma (Figura 35). A fim de se manter o caráter simétrico da forma, restringiu-se os deslocamentos horizontais (direção x) nos bordos correspondentes ao eixo de simetria da placa. Dessa forma, conforme Figura 35, $u=0$ e $R(v)=0$ (rotação na direção v) na face do corte paralelo ao eixo y.

Figura 35 – Formas simuladas com restrições de graus de liberdade e pontos de aplicação de carga (a) malha com elementos de casca (b) malha com elementos de sólido (dimensões em mm).



Para aplicação de carga distribuída utilizou-se o recurso POINT_LOADS do FEMIX, para modelagem dos elementos de sólido, e FACE_LOADS na modelagem com elementos de casca, que são carregamentos incrementais aplicados na face dos elementos correspondentes aos pontos de aplicação da carga distribuída, conforme ensaio experimental de Leite (2019) (Figura 5).

Da mesma forma que na modelagem do material compósito, antes de se efetuar a análise não linear das formas, o problema foi modelado como sendo linear elástico e uma malha foi escolhida, juntamente com a calibração dos parâmetros de Módulo de Elasticidade e coeficiente de Poisson. Em seguida, partiu-se então para a análise não linear. Como resolução das equações não lineares foi utilizado o arc-length associado com o Newton-Raphson, sendo controlado o avanço do deslocamento do nó monitorado

cujas coordenadas estão ilustradas na Figura 35. Foi usada a energia dissipada como critério de parada nas iterações do Newton-Raphson.

Na modelagem com elementos de casca foi utilizada tolerância de 0,01 cada combinação e incremento de deslocamento de 0,2 mm. Na modelagem com elementos tridimensionais foi utilizado 0,001 de tolerância e 0,1 mm de incremento de deslocamento. Vale salientar que tais valores foram adotados tendo em vista a convergência das respostas.

Pelo fato de se ter utilizado os mesmos parâmetros, inferiores e superiores, da modelagem dos ensaios de flexão com quatro pontos das placas extraídas das formas de Leite (2019), foram também geradas duas curvas numéricas. Isso foi feito na intenção de representar de forma satisfatória o caráter aleatório dos resultados obtidos dos ensaios de flexão com quatro pontos das formas com carga uniformemente distribuída (Figura 6).

3.3 CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONCRETO ARMADO

Para modelar adequadamente o concreto armado foi preciso calibrar os parâmetros para o concreto bem como para o aço. No caso do aço é necessário conhecer o módulo de elasticidade (E), resistência característica (f_y) e deformação (ϵ) no início do escoamento. Na impossibilidade de realização de ensaios para avaliação de tais parâmetros foram adotados valores normativos do Aço CA-50 para as barras longitudinais e do Aço CA-60 para os estribos de acordo com a NBR 7480:2007.

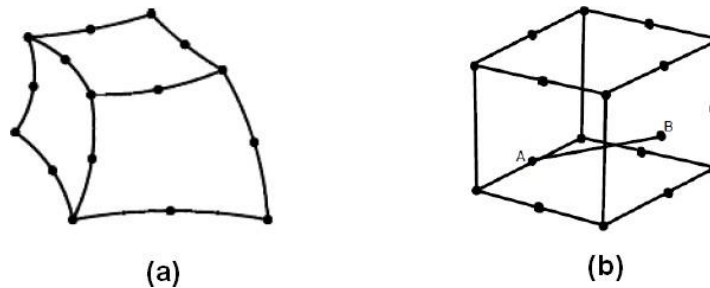
3.3.1 Representação da viga de concreto armado, geração de malha e condições de contorno

Os parâmetros do modelo computacional foram ajustados a partir da relação carga-deslocamento obtida nos resultados experimentais dos ensaios de flexão com quatro pontos das vigas de concreto armado de Leite (2019), mostrados na Figura 10. Devido ao caráter simétrico do experimento, optou-se, sem prejuízo dos resultados, modelar apenas metade da viga. Foi monitorado o ponto central na coordenada (1100; 75,0) da viga, da mesma forma que foi feito nos ensaios de Leite (2019) para medir os deslocamentos verticais, conforme Figura 9.

A modelagem foi feita no estado plano de tensão (EPT) e também com elementos finitos tridimensionais com 20 nós (Hexa Solid) para o concreto (Figura 36.a) e para os reforços longitudinais e transversais de aço, foram utilizados elementos de cabos embutidos quadráticos com dois pontos de integração Gauss-Legendre

(Embedded Cable) (Figura 36.b). Foi adotada a suposição de uma ligação perfeita (sem deslizamento) entre a armadura e o concreto.

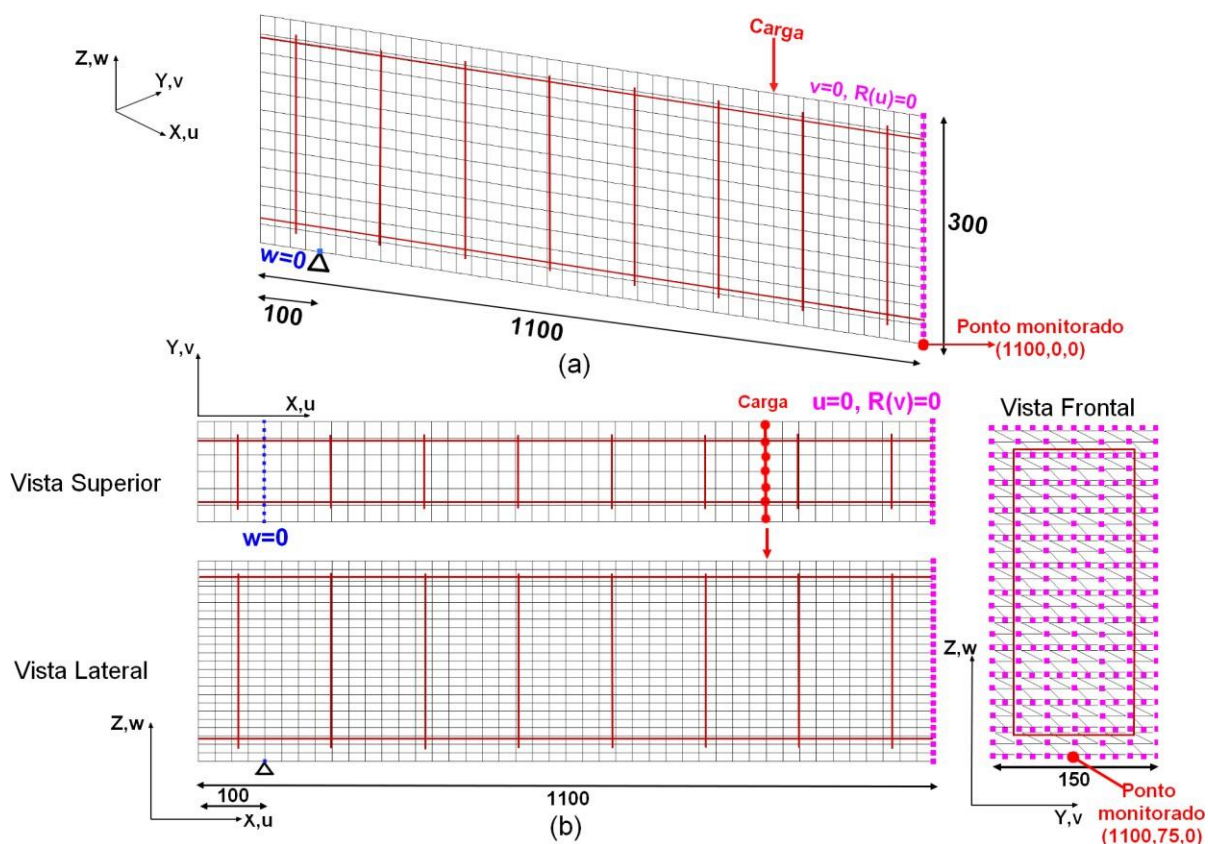
Figura 36 - Elementos utilizados no modelo (a) Sólido 3D para o concreto (b) Barra para o aço.



Para representação do concreto armado, utilizaram-se os seguintes recursos disponíveis no FEMIX 4.0: No estado plano de tensão o concreto recebeu a função _NLMM104, na modelagem com elementos de sólido o concreto recebeu a função _NLMM111. Esses são modelos do FEMIX que consideram a não-linearidade e fissuração distribuída. O aço recebeu a função _NLMM201 em ambas as situações, esta função do FEMIX que é indicada para o aço, também considera a não linearidade.

O modelo no EPT possui 44 elementos na direção X e 12 elementos na direção Y, conforme Figura 37.a. Para as vigas modeladas com elementos 3D, foram utilizados 44 elementos da direção X, 6 elementos na direção Y e 12 elementos na direção Z (Figura 37.b). Para representação das condições de contorno dos experimentos, foram fixados os nós correspondentes a linha do apoio ($w=0$, direção z) na face inferior viga (Figura 37). A fim de se manter o caráter simétrico da forma, restringiu-se os deslocamentos horizontais nos bordos correspondentes ao eixo de simetria da viga. Dessa forma, conforme Figura 37.a, $v=0$ e $R(u)=0$ (rotação na direção u) na face do corte paralelo ao eixo z, para a malha no estado plano de tensão, e $u=0$ e $R(v)=0$ (rotação na direção v) para a malha com elementos de sólido.

Figura 37 - Vigas de concreto armado simuladas com restrições de graus de liberdade e pontos de aplicação de carga (a) malha EPT (b) malha com elementos de sólido (dimensões em mm).



Nos pontos de aplicação de carga utilizou-se o recurso POINT_LOADS, tanto para a modelagem no EPT quanto para a modelagem com elementos de sólido. Na resolução das equações não lineares foi utilizado, novamente, o *arc-length* associado com o Newton-Raphson, sendo controlado o avanço do deslocamento do nó monitorado (Figura 37). Para as duas modelagens foi usada a energia dissipada como critério de parada nas iterações do Newton-Raphson – com 0,001 de tolerância - e o incremento de deslocamento adotado foi de 0,5 mm. Vale salientar que tais valores foram adotados tendo em vista a convergência das respostas.

3.3.2 Dados de entrada no programa

No caso do concreto, o módulo de elasticidade (E) foi obtido conforme NBR 6118, e o coeficiente de Poisson (ν) arbitrado com base em valores disponíveis na literatura. A resistência à compressão (f_c) foi avaliada por meio de ensaio à compressão axial (Leite, 2019). Para obter a resistência à tração (f_t), foi utilizado o ensaio de

compressão diametral com o método de Lobo Carneiro por Leite (2019), e seu resultado aplicado na correlação que consta no CEB/90, em que a resistência média à tração axial (f_{ctm}) pode ser estimada a partir da resistência média obtida no ensaio de compressão diametral ($f_{ct,sp}$) através da relação mostrada na Equação (9).

$$f_{ctm} = 0,9f_{ct,sp} \quad (9)$$

De acordo com o CEB 90, na ausência de dados experimentais, os valores para a energia de fratura (G_f) no modo I podem ser estimados através da Equação (10).

$$G_f = G_{f0} \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,7} \quad (10)$$

sendo f_{cm} a resistência média à compressão do concreto em MPa e G_{f0} o valor básico da energia de fratura, dado na Tabela 10 em função do diâmetro máximo do agregado d_{max} .

Tabela 10 - Valores de energia de fratura em função do diâmetro máximo do agregado.

d_{max} (mm)	G_{f0} (Nmm/mm ²)
8	0,025
16	0,030
32	0,058

Fonte: CEB 90.

Na Tabela 11 constam os demais parâmetros adotados como entrada no programa FEMIX 4.0 no estado plano de tensão e com elementos sólidos.

Tabela 11 - Parâmetros adotados no modelo constitutivo do concreto armado.

Parâmetros	Valores
Módulo de Elasticidade (E) NBR 6118	32954,19 N/mm^2
Coefficiente de Poisson (ν)	0,22
Resistência à compressão (f_c)	47,93 MPa
Resistência à tração (f_{ct})	2,43 MPa
Parâmetros do diagrama trilinear de amolecimento	$\xi_1 = 0,005$; $\alpha_1 = 0,35$ $\xi_2 = 0,10$; $\alpha_2 = 0,10$
Energia de fratura modo I (G_f) – CEB90	0,1055807
E_s (Aço longitudinal)	210GPa
F_y (Aço longitudinal) – NBR 7480	500MPa
E_s (Aço Estribos)	260GPa
F_y (Aço Estribos) – NBR 7480	600MPa

3.4 MODELAGEM DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FORMAS PERMANENTES REFORÇADAS COM FIBRAS CURTAS DE SISAL

A partir da calibração do material compósito e do concreto armado, foi possível modelar a viga de concreto armado junto com a forma permanente de compósito para atestar que de fato o comportamento da viga aproximou-se da realidade. Para isso tomou-se como referência os resultados dos ensaios experimentais de vigas submetidas à flexão com quatro pontos, que foi realizado por Leite (2019), mostrados na Figura 10.

Esse ensaio foi modelado no FEMIX utilizando os mesmos parâmetros ajustados para as formas modeladas com elementos de sólido na seção 3.2 e para o concreto armado na seção 3.3 do presente trabalho. Por questões de simetria das condições de teste, foi possível simular numericamente metade das vigas com formas com o intuito de reduzir o custo computacional da modelagem.

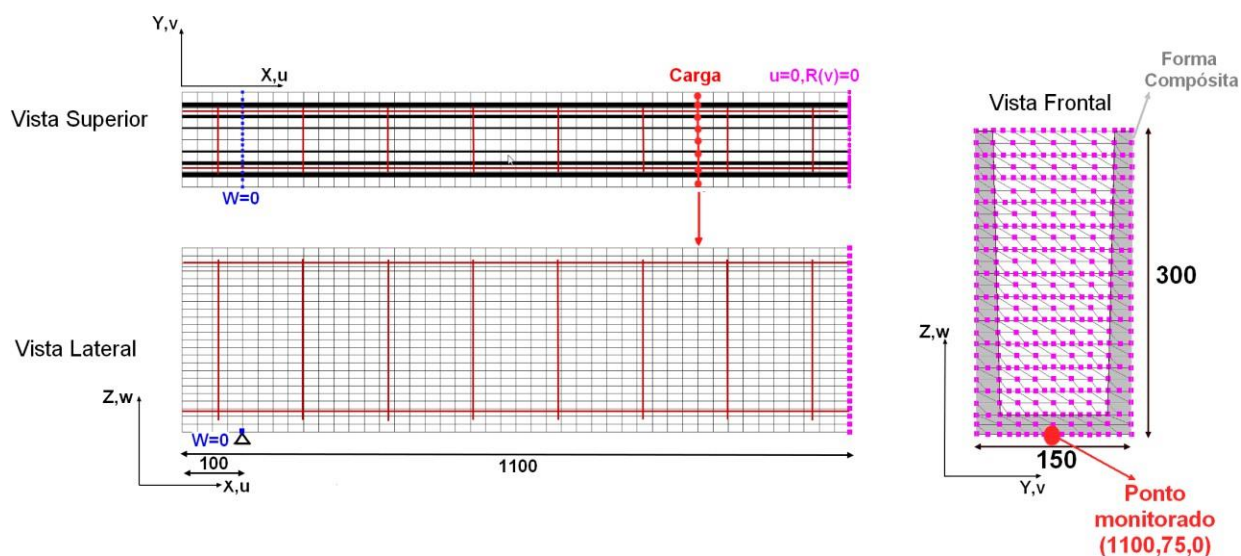
Por questões de compatibilidade, para a forma e para o concreto foram utilizados elementos finitos tridimensionais com 20 nós (*Hexa Solid*) e para os reforços longitudinais e transversais de aço, foram utilizados elementos de cabos embutidos quadráticos com dois pontos de integração Gauss-Legendre (*Embedded Cable*). Para representação do concreto armado com a forma, utilizaram-se os seguintes recursos

disponíveis no FEMIX 4.0: a forma e o concreto receberam a função `_NLMM111` e o aço recebeu a função `_NLMM201`.

Foram geradas as malhas da forma, do concreto e do aço separadamente e depois compiladas em um único arquivo. Cada malha constitui-se de 44 elementos na direção X, 6 elementos na direção Y e 12 elementos na direção Z cada. Assim como em Leite (2019) foi considerada a variação da espessura das paredes da forma ao longo de sua altura (variando de 20 mm para 15 mm no topo), conforme Figura 38.

Para representação das condições de contorno dos experimentos, foram fixados os nós correspondentes a linha do apoio ($w=0$, direção z) na face inferior dos elementos no fundo da forma (Figura 38). A fim de se manter o caráter simétrico da forma, restringiu-se os deslocamentos horizontais (direção x) nos bordos correspondentes ao eixo de simetria da placa. Dessa forma, conforme Figura 38, $u=0$ e $R(v)=0$ (rotação na direção v) na face do corte paralelo ao eixo y.

Figura 38 - Vigas de concreto armado com incorporação de formas compósitas simuladas com restrições de graus de liberdade e pontos de aplicação de carga (a) malha EPT (b) malha com elementos de sólido (dimensões em mm).



Antes de se efetuar a análise não linear, o problema foi modelado como sendo linear elástico, a fim de comparar com o resultado experimental. Uma vez validado o modelo partiu-se então para a análise não linear. Para a resolução das equações não lineares foi utilizado o *arc-length* associado com o Newton-Raphson, sendo controlado o avanço do deslocamento do nó monitorado cujas coordenadas estão ilustradas na Figura 38. Foi usada a energia dissipada como critério de parada nas iterações do Newton-Raphson com tolerância de 0,001 e 0,5 mm de incremento de deslocamento.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS PARA O MATERIAL COMPÓSITO

As figuras a seguir mostram as comparações entre os resultados numéricos e experimentais dos ensaios de flexão das placas extraídas das formas de Leite (2019). A modelagem foi feita de acordo com o descrito no capítulo 3 deste trabalho.

4.1.1 Placas extraídas da forma com 4% de fibras

É possível observar, nas comparações das modelagens das placas extraídas das formas de 4% (Leite,2019), que se conseguiu representar as diferenças de comportamento entre as placas extraídas do fundo (Figura 39) e as placas extraídas da parede (Figura 40). A calibração da modelagem computacional das placas compósitas (lateral e fundo) foi feita considerando as curvas experimentais superiores e inferiores, gerando, desta forma duas curvas da simulação numérica, sendo uma com parâmetros superiores e outra com parâmetros inferiores para ambas as modelagens com elementos de casca e sólidos. Em ambos os casos é possível perceber que os resultados experimentais pós-pico estão entre os resultados numéricos simulados com os dados dos parâmetros inferiores e superiores do compósito, como se pretendia, tanto para a modelagem com elementos de casca quanto com elementos sólidos.

Com relação às cargas máximas foi possível detectar cargas próximas ao valor experimental tanto utilizando elementos de casca quanto se utilizando de elementos sólidos. Nas placas com menor volume de fibras (teor de 4%), de acordo com os resultados de Leite (2019), se esperava uma forte queda na carga medida com a abertura na primeira fissura e alguma recuperação após isto. A validação/calibração da modelagem computacional foi realizada de forma a conseguir captar esses dois eventos com boa concordância nas curvas superiores e inferiores.

Figura 39 - Comparação das relações Tensão-Deslocamento registradas experimentalmente e obtidas numericamente das placas extraídas do fundo da forma com 4% de fibra de Leite (2019), com elementos de casca e sólido.

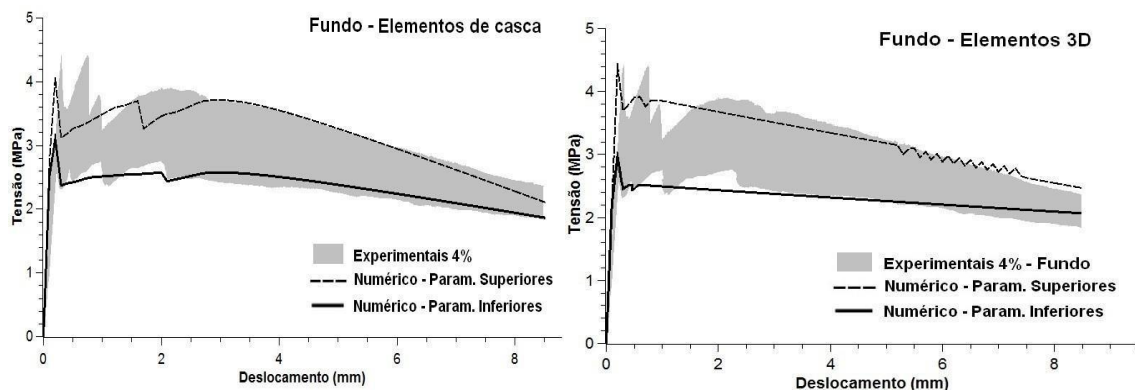
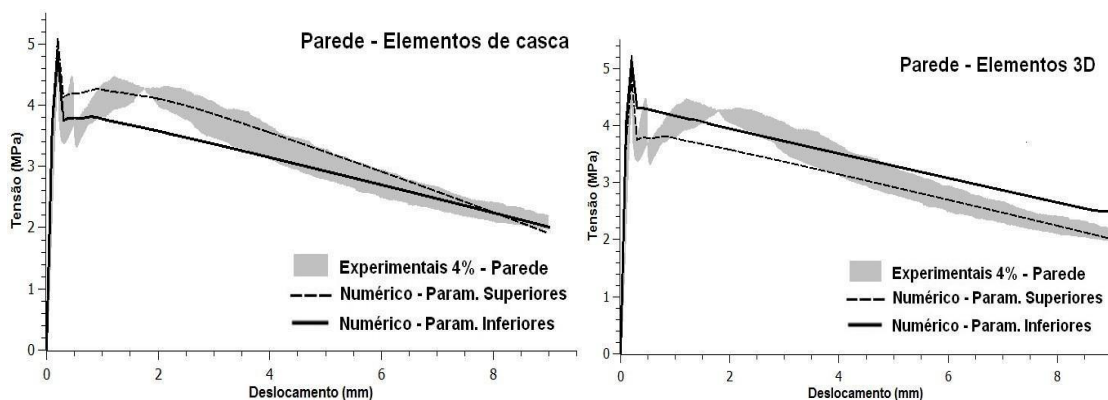


Figura 40 - Comparação das relações Tensão-Deslocamento registradas experimentalmente e obtidas numericamente das placas extraídas da parede da forma com 4% de fibra de Leite (2019), com elementos de casca e sólido.

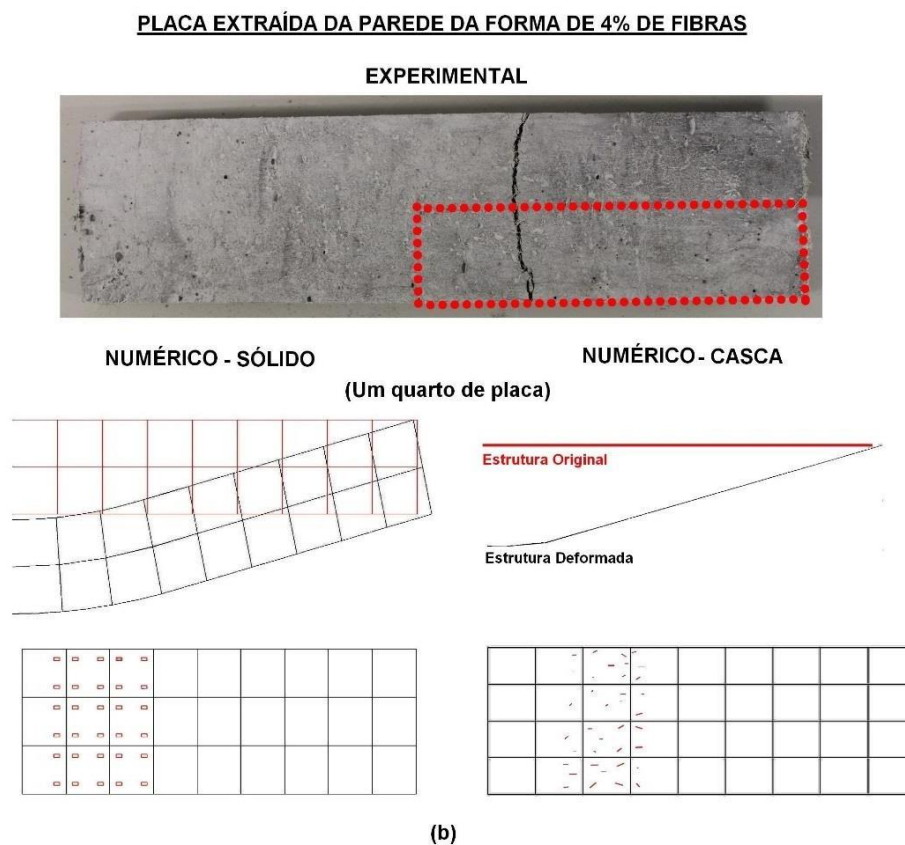


Nas curvas experimentais é possível perceber algumas pequenas quedas nas cargas, menos bruscas que a primeira, indicando possivelmente abertura de novas fissuras, porém, as curvas numéricas das placas extraídas da parede da forma de 4% de fibras conseguiram apenas a captação da primeira queda, já nas simulações das placas do fundo foi verificada a abertura de uma segunda fissura após a primeira. Ao longo da curva os valores numéricos estiveram bastante próximos dos resultados experimentais, o que mostra que o modelo pode representar, com grau de concordância aceitável, o comportamento mecânico do compósito estudado.

A Figura 41 apresenta um comparativo de uma das placas extraídas de Leite (2019) com respostas numéricas de deformação e fissuração da placa (Figura 41.b)

extraídas do FEMIX e visualizadas pelo *software Drawmesh*. Foi possível modelar a deformação da estrutura graças ao nó monitorado no ensaio experimental, por LVDT, tendo o deslocamento desse mesmo nó também acompanhado na modelagem computacional. O comportamento de flexão da placa deformada na modelagem ocorreu como o esperado e a localização e distribuição de fissuras pós ruptura se aproximou de forma satisfatória da fissuração apresentada na placa experimental (Figura 41.a). Vale lembrar que a trinca discreta é modelada no FEMIX por meio de trinca distribuída, fazendo com que identifiquemos a região e extensão da trinca, mas não sua localização exata.

Figura 41 - Comparativos para placa extraída da parede da forma de 4% (a) deformação e fissuração experimental (b) deformação e fissuração numérica.



4.1.2 Placas extraídas da forma com 6% de fibras

É possível observar nas comparações das modelagens das placas extraídas das formas de 6% de fibra de sisal que se conseguiu representar as diferenças de comportamento entre as placas extraídas do fundo (Figura 42) e as placas extraídas da parede (Figura 43). É possível perceber, em ambos os casos, a concordância do trecho

linear e a detecção das cargas máximas bem próximas ao valor experimental, tanto utilizando elementos de casca quanto elementos sólidos. Em geral, pode-se dizer que as curvas tensão-deslocamento numéricas com parâmetros inferiores e superiores cobriram bem a dispersão dos resultados experimentais.

Figura 42 - Comparação das relações Tensão-Deslocamento registradas experimentalmente e obtidas numericamente das placas extraídas do fundo da forma com 6% de fibra de Leite (2019), com elementos de casca e de sólido.

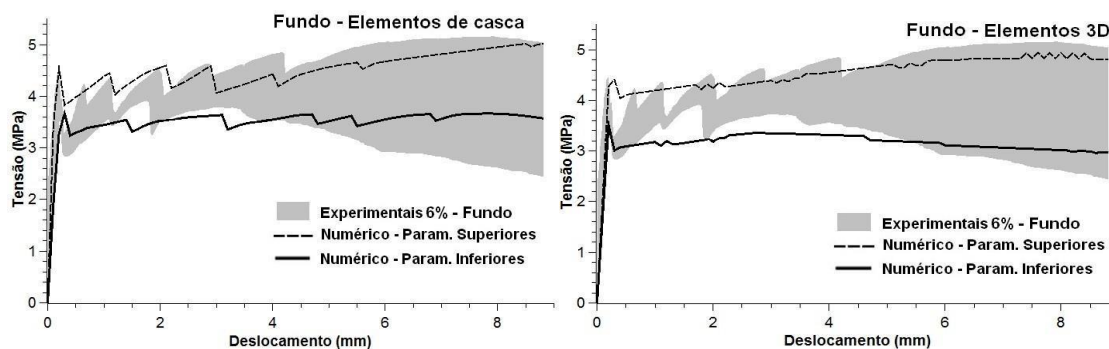
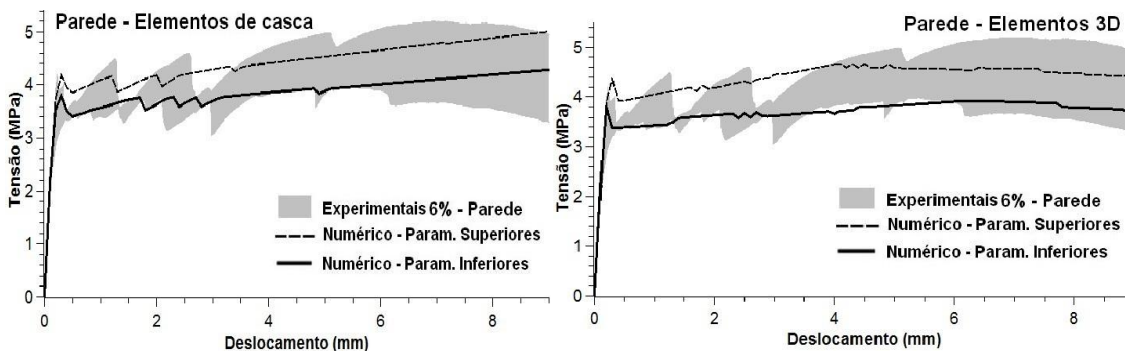


Figura 43 - Comparação das relações Tensão-Deslocamento registradas experimentalmente e obtidas numericamente das placas extraídas da parede da forma com 6% de fibra de Leite (2019), com elementos de casca e de sólido.



Nas placas com 6% de fibras, espera-se, de acordo com os resultados de Leite (2019), uma queda na carga medida com a abertura na primeira fissura e uma forte recuperação após isto. A modelagem conseguiu captar esses dois eventos com suficiente acurácia nas curvas superiores e inferiores.

Nas curvas experimentais é possível perceber muitas quedas e recuperação das cargas, indicando abertura de novas fissuras. As modelagens das placas extraídas do fundo e da parede da forma com 6% de fibra, quando utilizando elementos de casca, captaram com mais precisão esse comportamento, enquanto as modelagens do fundo

e da parede utilizando elementos tridimensionais captaram essas quedas de forma mais suave. Ao longo da curva os valores numéricos estiveram bastante próximos dos resultados experimentais, o que mostra que o modelo representa bem o compósito estudado.

A Figura 44 apresenta um comparativo do mapa de fissuração de uma das placas extraídas de Leite (2019) com as respostas numéricas de deformação e fissuração da placa (Figura 44.b) extraídas do FEMIX e visualizadas pelo *software Drawmesh*. O comportamento de flexão da placa deformada na modelagem ocorreu como o esperado e a distribuição de fissuras pós ruptura se aproximou de forma satisfatória da fissuração apresentada na placa experimental (Figura 44.a).

Figura 44 - Comparativos para placa extraída da parede da forma de 6% (a) deformação e fissuração experimental (b) deformação e fissuração numérica.

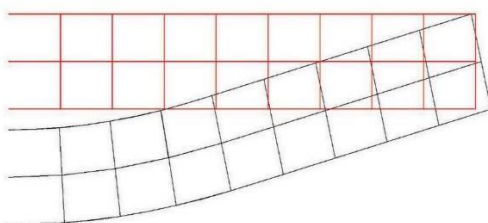
PLACA EXTRAÍDA DO FUNDO DA FORMA DE 6% DE FIBRAS
EXPERIMENTAL



(a)

NUMÉRICO - SÓLIDO

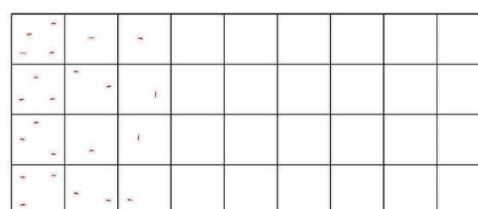
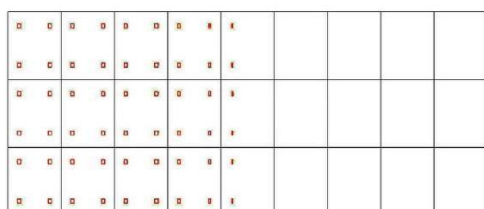
(Um quarto de placa)



NUMÉRICO - CASCA

Estrutura Original

Estrutura Deformada



(b)

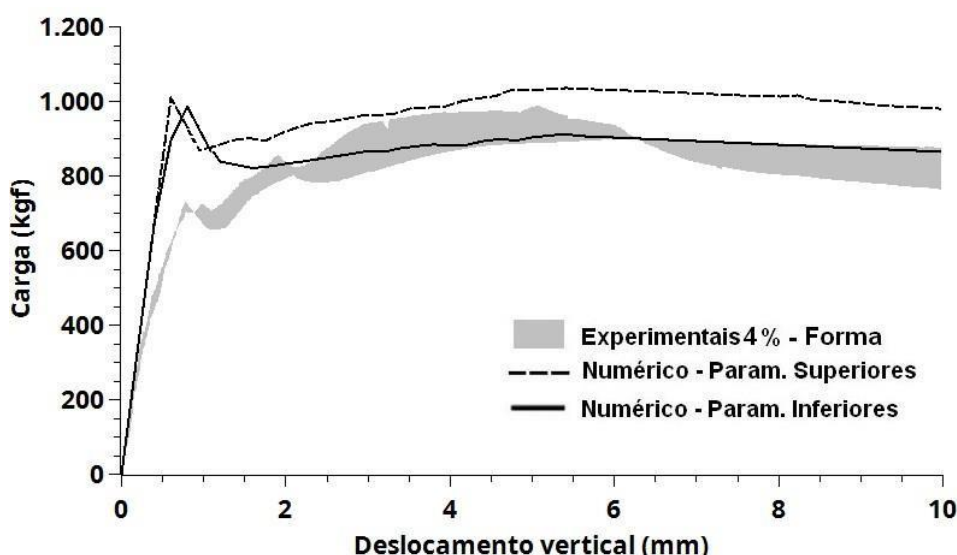
4.2 MODELAGEM DA FORMA PERMANENTE

Utilizando exatamente os parâmetros inferiores e superiores dos materiais compósitos ajustados para as placas extraídas das formas (parede e fundo), foi possível extrair os resultados numéricos das formas permanentes utilizando-se de elementos de casca e também elementos tridimensionais.

4.2.1 Formas permanentes com 4% de fibra

A Figura 45 apresenta os resultados das formas de 4% utilizando elementos de casca, considerando os parâmetros inferiores e superiores ajustados.

Figura 45 - Comparação do gráfico carga-deslocamento dos resultados experimentais com numéricos das formas permanentes com 4% de fibra com elementos de casca.



Observa-se que de uma forma geral há uma boa concordância entre a curva numérica e experimental no trecho elástico inicial e na determinação da carga máxima pós-pico, sendo possível perceber, também, que a curva carga-deslocamento numérica oriunda dos parâmetros inferiores das placas do material compósito obteve um resultado mais próximo das curvas experimentais na fase não linear (*strain hardening*). Pode-se perceber que tanto para a curva superior quanto para a inferior, houve uma boa correlação no trecho linear até 390 kgf, porém, após esse valor, a rigidez final do trecho linear foi maior que a experimental. Além disso, não se conseguiu captar adequadamente, no modelo computacional, a carga máxima do trecho linear. Nas

curvas experimentais têm-se um valor em torno de 700 kgf e na curva numérica um valor aproximado de 1000 kgf para a simulação com elemento de casca.

Outro aspecto que não foi possível modelar com precisão foi a determinação da primeira fissura, pois, experimentalmente, vê-se uma mudança na inclinação da curva em torno de 350 kgf, indicando talvez a aparição de uma primeira fissura (perda de rigidez suave), o que não é observado nas curvas numéricas. Numericamente se detectou uma primeira fissura em torno de 750 kgf.

Essas divergências podem estar associadas a defeitos e desvios geométricos localizados na seção da forma que afetam mais acentuadamente o trecho inicial do gráfico. O modelo numérico como está livre dessas imperfeições, apresentam uma carga máxima maior no trecho linear. Tal situação não foi percebida na modelagem das placas de material compósito, no ensaio de flexão com quatro pontos das placas extraídas das formas, pois a seção era cheia retangular e, portanto, com geometria mais simples além de cargas menores, onde os defeitos localizados do material e imperfeições geométricas geram pequenas interferências. As discordâncias também podem ter acontecido não só em função de desvios geométricos, como por questões de condições de apoio e carregamento do ensaio os quais não puderam ser incluídos na modelagem, pois não foram situações bem determinadas *a priori* para serem incluídas no modelo.

Tanto o experimento como a modelagem numérica foram conduzidos até um deslocamento de cerca de 10 mm, a partir do qual o nível de abertura das fissuras tornou-se muito grande, de forma a violar as premissas iniciais do ensaio como a aplicação uniforme da carga do perfil metálico usado para transmitir a carga sobre a areia (usada para distribuir uniformemente a carga), sendo comprometidas.

A Figura 46 apresenta a comparação entre o mapa de fissuração da forma permanente de 4% de fibras de Leite (2019) (Figura 46.a) e o obtido pela resposta numérica da forma com elementos de casca (Figura 46.b). O mapa de fissuração numérico foi extraído dos resultados do FEMIX e representa com retângulos vermelhos as fissuras que estão abrindo. Foram utilizados os parâmetros inferiores para obtenção desse mapa de fissuração por apresentar curva carga-deslocamento mais próxima da curva experimental. Vale salientar que na Figura 46 está representada apenas a metade da forma, conforme modelagem.

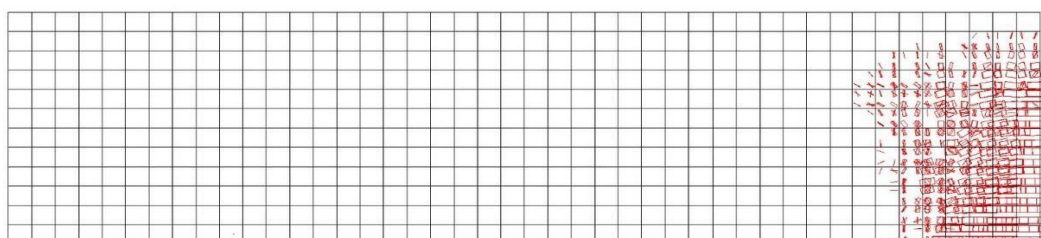
Pode-se observar que a distribuição de fissuras para carregamento próximo da ruptura na modelagem numérica (Figura 46.b) se aproximou de forma satisfatória da fissuração apresentada na forma ensaiada, ficando evidente a maior abertura das fissuras na região inferior da forma (Figura 46.a), bem como a concentração das fissuras

distribuídas na região central, concordando com o resultado experimental em que há existência de uma trinca dominante.

Figura 46 - Comparação de forma permanente com 4% de (a) fibra experimental e (b) numérica com elementos de casca.



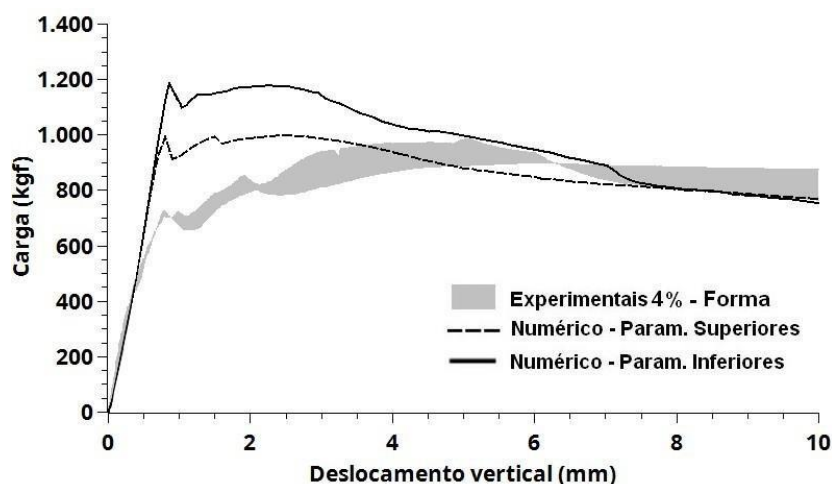
(a)



(b)

A Figura 47 apresenta os resultados das formas de 4% utilizando elementos sólidos, onde pode-se observar os mesmos problemas detectados com a modelagem de elementos de casca, porém com maior nível de discordância na região imediatamente após a carga máxima elástica linear.

Figura 47 - Comparação do gráfico carga-deslocamento dos resultados experimentais com numéricos das formas permanentes com 4% de fibra com elementos tridimensionais.



É possível observar que tanto para a curva numérica com parâmetro superior quanto inferior, houve uma boa correlação no trecho linear até 425 kgf, porém após esse valor a rigidez final do trecho linear foi maior que a experimental. Além disso não se conseguiu captar adequadamente a carga máxima do trecho linear, que foi ainda mais acentuada quando comparada com a modelagem com elementos de casca. Nas curvas experimentais o valor é em torno de 700 kgf e na curva numérica chega em torno de 1000 kgf para a curva dos parâmetros inferiores e 1200 kgf para a curva dos parâmetros superiores.

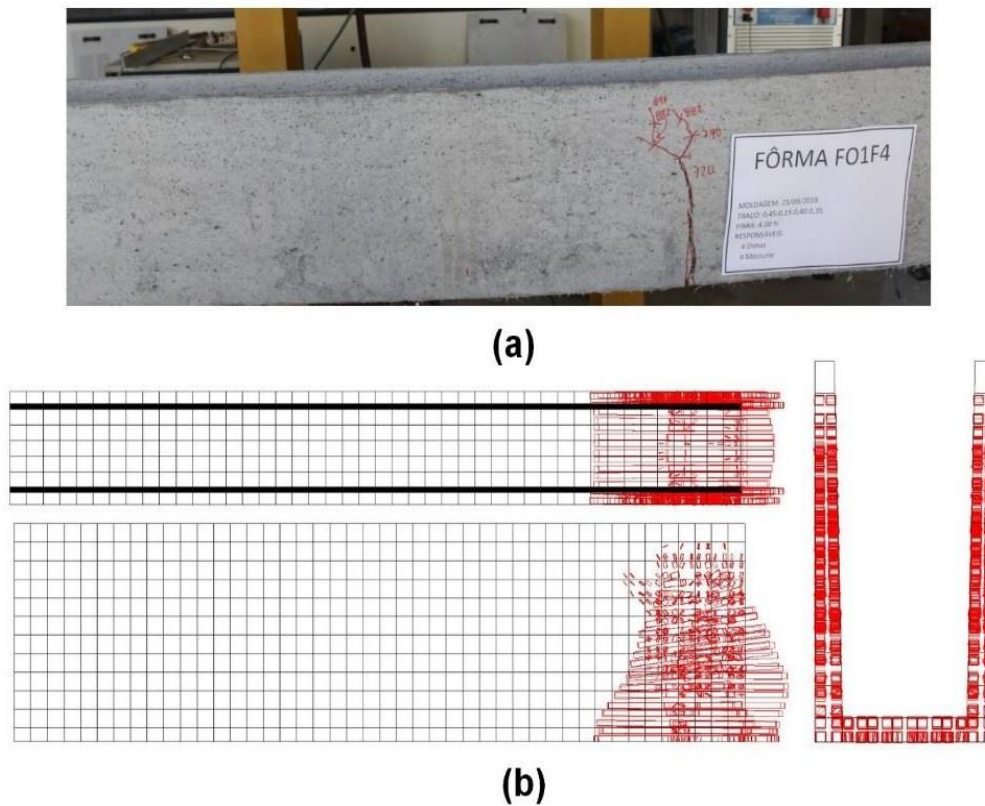
Quando o deslocamento foi 3 mm, a curva numérica voltou a se comportar de forma mais próxima a curva experimental. De uma forma geral, pode-se considerar que os resultados obtidos com os parâmetros inferiores se aproximam mais dos resultados experimentais nesse nível de deformação, quando os efeitos relacionados às imperfeições iniciais já se dissiparam e a modelagem numérica consegue representar melhor o comportamento do elemento. As divergências de rigidez podem ter acontecido devido aos mesmos fatores citados para a modelagem com elementos de casca.

Pode-se pontuar também que ao se utilizar de elementos diferentes, os polinômios interpoladores são diferentes e os pontos de integração também são distintos, o que pode levar a resultados diferentes quando se modela com elementos de casca e de sólido.

A Figura 48 apresenta a comparação entre o mapa de fissuração da forma permanente de 4% de fibras de Leite (2019) (Figura 48.a) e as respostas numéricas de fissuração da forma modelada com elementos de sólidos (Figura 48.b) para o carregamento último, sendo que os retângulos vermelhos representam a abertura das fissuras. Foram utilizados os parâmetros inferiores para obtenção desse mapa de fissuração por apresentar curva carga-deslocamento mais próxima da curva experimental. Vale salientar que na Figura 48 está representada apenas a metade da forma no modelo computacional.

Pode-se observar que a distribuição e localização das fissuras no modelo numérico para a carga de ruptura (Figura 48.b) se aproximaram de forma satisfatória da fissuração apresentada na forma experimental, ficando bem evidente a maior abertura na parte inferior da forma (Figura 48.a), bem como a concentração das fissuras distribuídas numa única região, indicando a existência de uma trinca preponderante, como confirmado no ensaio experimental.

Figura 48 - Comparação de forma permanente com 4% de (a) fibra experimental e (b) numérica com elementos de sólido.



4.2.2 Formas permanentes com 6% de fibra

Nas Figuras 49 e 50 têm-se a comparação entre os resultados experimentais das formas com 6% de fibra e os resultados numéricos com elementos de cascas e sólidos 3D, respectivamente.

Figura 49 - Comparação do gráfico carga-deslocamento dos resultados experimentais com numéricos das formas permanentes com 6% de fibra com elementos de casca.

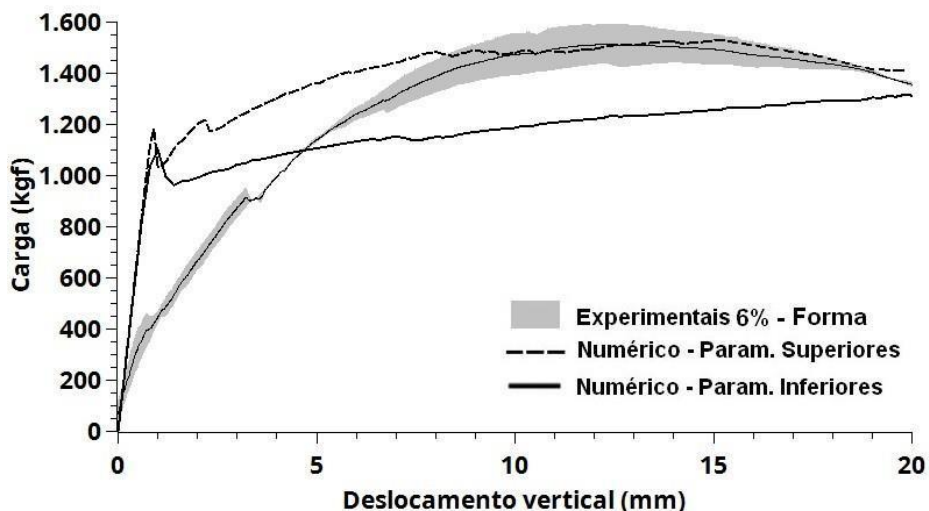
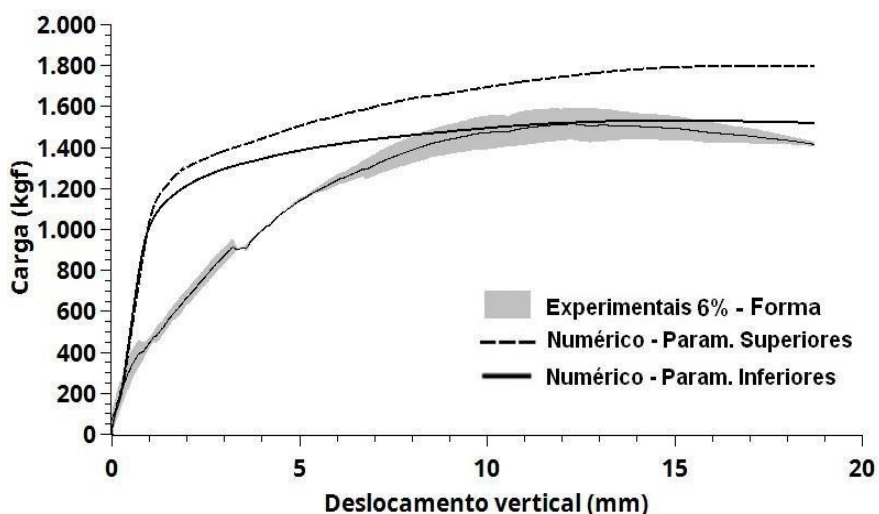


Figura 50 - Comparação do gráfico carga-deslocamento dos resultados experimentais com numéricos das formas permanentes com 6% de fibra com elementos de sólido.



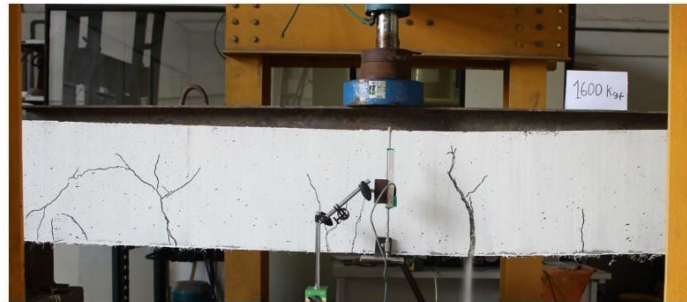
Apesar de se ter calibrado o material compósito com adequada acurácia via modelagem das placas, não se conseguiu um resultado com boa concordância na modelagem das formas com 6% de fibra. Tanto as curvas da Figura 49 quanto as curvas da Figura 50 apresentaram uma boa correlação no trecho linear até 200 kgf, porém, após esse ponto, a rigidez final do trecho linear foi muito maior que a experimental. Além disso, não se conseguiu captar adequadamente a carga máxima de primeira fissura do trecho linear, sendo que o valor para as curvas experimentais é em torno de 300 kgf e para as curvas numéricas, em torno de 1200 kgf.

Essas divergências podem ser explicadas analisando os resultados experimentais, os quais não seguiram o mesmo padrão esperado de comportamento obtido para o caso correspondente a 4% de fibra. Ainda mais se analisarmos que o comportamento mecânico das placas de compósito de 4% e 6% não diferiram muito no trecho inicial linear, tendo, inclusive, o compósito de 6% melhor desempenho no trecho pós-pico. O certo é que a modelagem computacional realizada, a princípio, não teria como captar os resultados experimentais da forma, pois os mesmos apresentaram uma redução de rigidez inicial não esperada, e sem saber o que afetou o comportamento para poder introduzir tal funcionalidade no modelo não há como esperar um resultado numérico diferente do encontrado. As discordâncias também podem ter acontecido devido a defeitos locais ou desvios geométricos na confecção da forma, cujo perfil em U aliado ao aumento do percentual de fibra pode ter levado a defeitos localizados na moldagem.

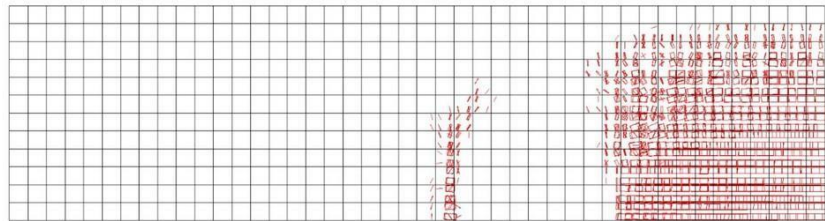
Tanto o experimento como a modelagem numérica foram conduzidos até um deslocamento de cerca de 20 mm, a partir do qual o nível de abertura das fissuras é muito grande de forma que chega a vazar a areia utilizada para a aplicação da carga uniforme, inclusive comprometendo as premissas do ensaio.

As Figuras 51 e 52 apresentam resultados comparativos da forma permanente de 6% de fibras de Leite (2019) com as respostas numéricas de fissuração da forma com elementos de casca (Figura 51) e de sólido (Figura 52). Para a modelagem com elemento de casca foram utilizados os parâmetros inferiores para obtenção desse mapa de fissuração por apresentar curva carga-deslocamento mais próxima da curva experimental, para a modelagem com elementos de sólido, foram utilizados os parâmetros superiores. Vale salientar que está representada apenas a metade da forma, conforme modelagem. Analisando os mapas de fissuração obtidos com a modelagem numérica da forma, pode-se perceber que a modelagem com elementos de sólido detectou mais fissuras numa faixa maior de extensão do que a modelagem com elementos de casca para carregamento de ruptura. Porém, em nenhum dos casos houve a captação do perfil de trincas fora da parte central e mais próximo dos apoios.

Figura 51 - Comparação de forma permanente com 6% de (a) fibra experimental e (b) numérica com elementos de casca.



(a)

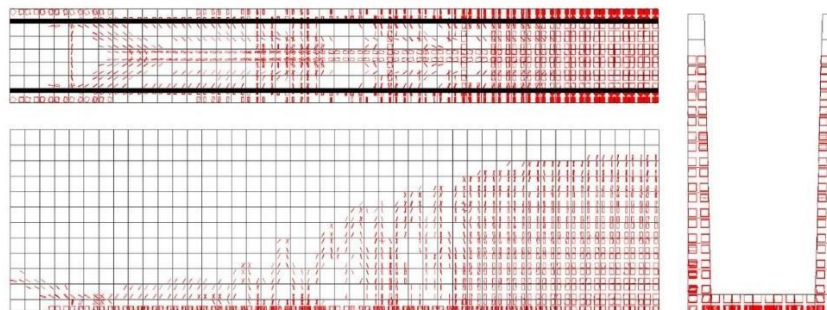


(b)

Figura 52 - Comparação de forma permanente com 6% de (a) fibra experimental e (b) numérica com elementos de sólido.



(a)



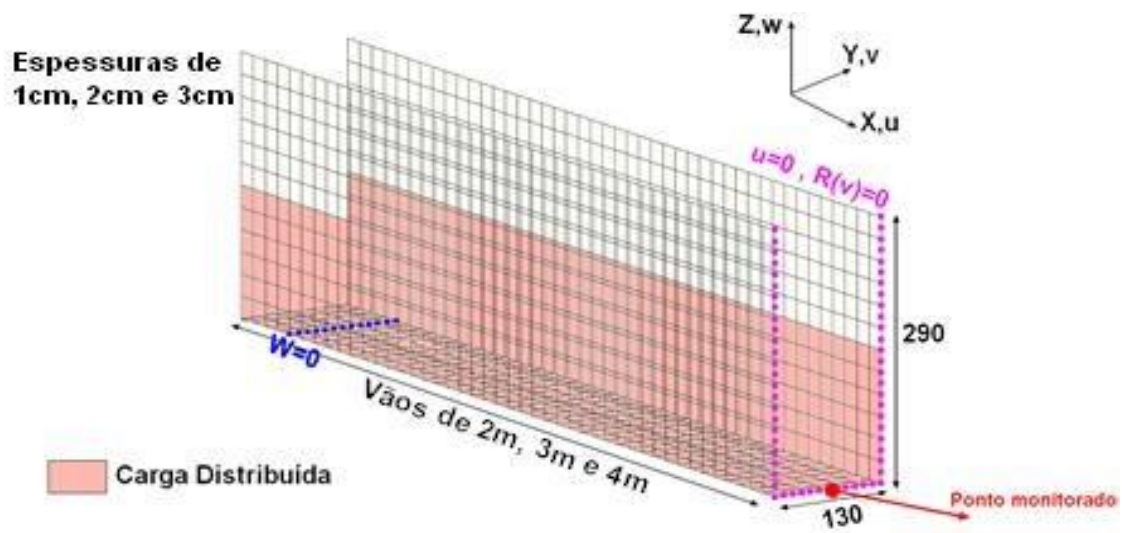
(b)

4.3 ESTUDO PARAMÉTRICO COM FORMAS PERMANENTES

Com base nos resultados extraídos das modelagens desenvolvidas anteriormente, foi possível realizar estudos paramétricos para análise do comportamento das formas compósitas variando os vãos e espessuras. Este estudo foi feito utilizando os parâmetros dos materiais anteriormente usados, juntamente com elementos de casca. As análises com elementos de casca geraram melhores resultados e são mais rápidas quando comparadas com as análises com elementos de sólido, além de permitirem uma melhor visualização dos mapas de fissuração nos elementos por meio do visualizador *Drawmesh*.

Foram testados vãos de 2m, 3m e 4m de comprimento, variando as espessuras em 1cm, 2cm e 3cm (Figura 53). As dimensões dos elementos do estudo original foram mantidas, gerando um número maior de elementos para vãos maiores.

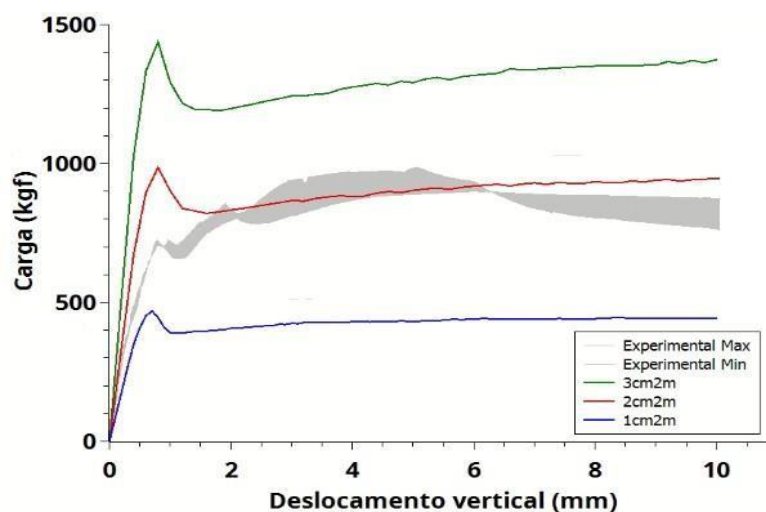
Figura 53 - Estudo paramétrico com variação de vãos e espessuras.



4.3.1 Formas permanentes com 4% de fibra, 2m de vão, variando de 1cm a 3cm de espessura

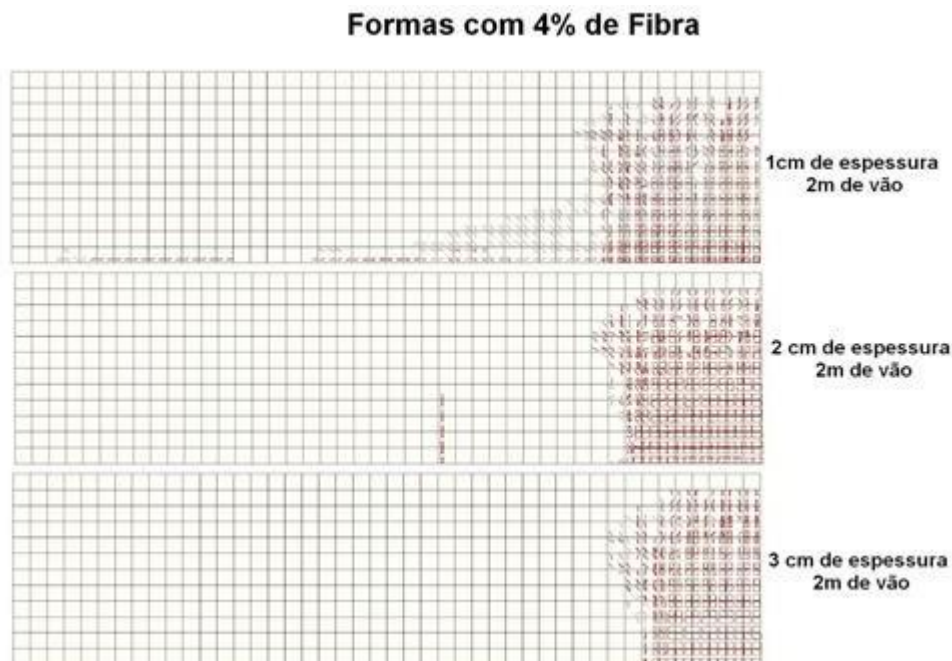
Comparando os resultados do gráfico carga-deslocamento das formas de 4% de fibras para comprimento de 2m e espessuras de 1cm, 2cm e 3cm, conclui-se, a partir da Figura 54, que o aumento da espessura em 1cm produz um aumento aproximado de 500 kgf na carga máxima. Pode-se notar que foi mantida a forma original para fins de comparação (comprimento de 2m e espessura de 2cm).

Figura 54 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 4% de fibras, 2m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm).



É possível perceber também que com o aumento da espessura a forma apresenta um comportamento mais rígido - como era de se esperar -, pois a seção de maior espessura possui uma maior inércia que aumenta a rigidez inicial. Pode-se notar que para espessuras maiores, têm-se maiores cargas máximas e que o comportamento visto nos ensaios experimentais de queda seguida de recuperação também é visto nas modelagens com diferentes espessuras. Com relação à fissuração, na Figura 55, é possível perceber que quanto menor a espessura da forma, maior a quantidade e extensão das fissuras, como é possível observar no caso de 1cm de espessura.

Figura 55 - Mapa de fissuração para formas de 4% de fibras com 2m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).



4.3.2 Formas permanentes com 4% de fibra, 3m de vão, variando de 1cm a 3cm de espessura

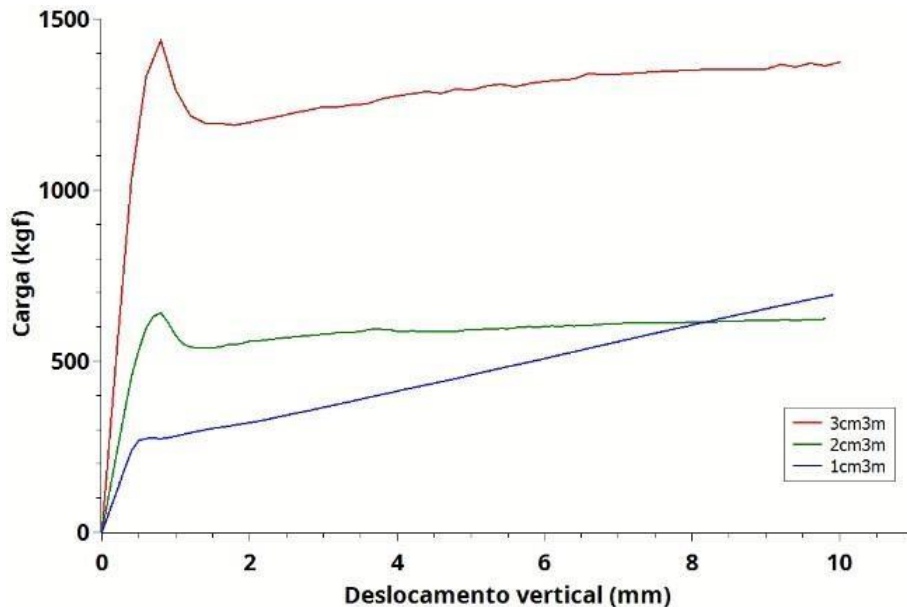
Para as formas com 3m de vãos os resultados e variações de espessura (1cm, 2cm e 3cm), não foi possível obter uma comparação com os resultados experimentais, já que as formas experimentais de Leite (2019) foram fabricadas com 2m de vão.

Nas curvas carga-deslocamento das formas de 2cm e 3cm de espessura, foi notado o mesmo padrão de comportamento das formas com 2m de vão apresentadas na seção 4.3.1 deste trabalho. Com o aumento da espessura tem-se o aumento da rigidez inicial e da carga máxima, conforme mostrado na Figura 56.

Outrossim, as formas com 3m de vão tiveram menores rigidezes e menores cargas máximas quando comparadas com as formas de 2m de vão, o que é esperado, pois pode-se mostrar pela teoria de vigas que a rigidez tem dependência inversa do comprimento do vão.

Na Figura 56, para as formas de 3m de vão e 1cm de espessura, representada com a linha azul, é possível perceber que a carga final é maior do que a forma com 2cm de espessura, e a recuperação após a primeira queda é mínima quando comparada com as outras curvas. Tal resultado foge do padrão visto na modelagem das outras formas e pode não estar captando adequadamente o desenvolvimento das fissuras.

Figura 56 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 4% de fibras, 3m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm).

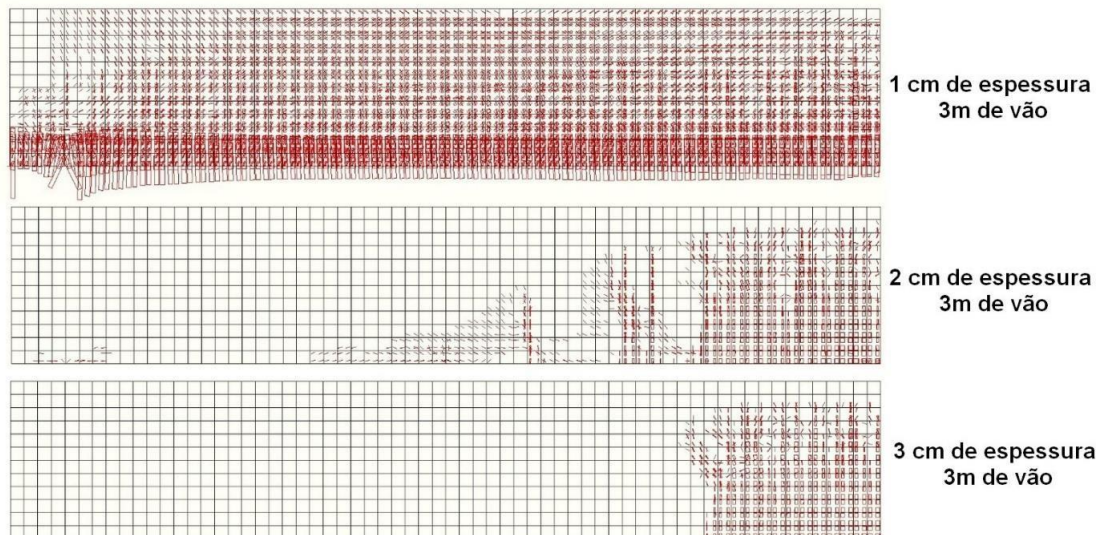


Analisando a Figura 57, é possível perceber na forma com 1cm de espessura e 3m de vão uma grande quantidade de fissuras, o que sugeriria perda de capacidade portante. Tal situação sugere que pode ter havido algum problema numérico, e, portanto, irreal, que produziu o gráfico carga-deslocamento do tipo strain hardening quando se esperava o contrário. Uma forma nesse estado de fissuração normalmente apresentaria ruptura em seu gráfico carga-deslocamento, não apresentaria um comportamento linear com ganho de carga.

O mapa de fissuração para as demais formas (Figura 57), também seguiram o mesmo padrão das formas com 2m de vão, em que as formas com maiores espessuras, apresentaram menores quantidades de fissuras. Pode-se observar também, que quanto menor a espessura, maior extensão e altura das fissuras.

Figura 57 - Mapa de fissuração para formas de 4% de fibras com 3m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).

Formas com 4% de Fibra



4.3.3 Formas permanentes com 4% de fibra, 4m de vão, variando de 1cm a 3cm de espessura

De mesma forma que as formas de 3m de vão, não foi possível estabelecer comportamentos gerais monotônicos com a espessura. Porém as formas com 4m de vão apresentaram o mesmo padrão de comportamento quando comparadas com as de 2m e 3m de vão, conforme Figura 58 e Figura 59.

É possível notar que a forma com 4m de vão e 1cm de espessura foi a que apresentou a menor carga máxima e menor rigidez, quando comparadas com todas as outras modeladas com 4% de fibra, comprovando que esse comportamento é característico para maiores o vãos e menores espessuras. Pode-se perceber no mapa de fissuração da Figura 59 que o aumento do comprimento fez com que fossem desenvolvidas fissuras de tamanhos consideráveis no centro das formas, mostrando uma menor distribuição de esforço antes da ruptura com desenvolvimento de trinca preponderante.

Figura 58 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 4% de fibras, 4m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm).

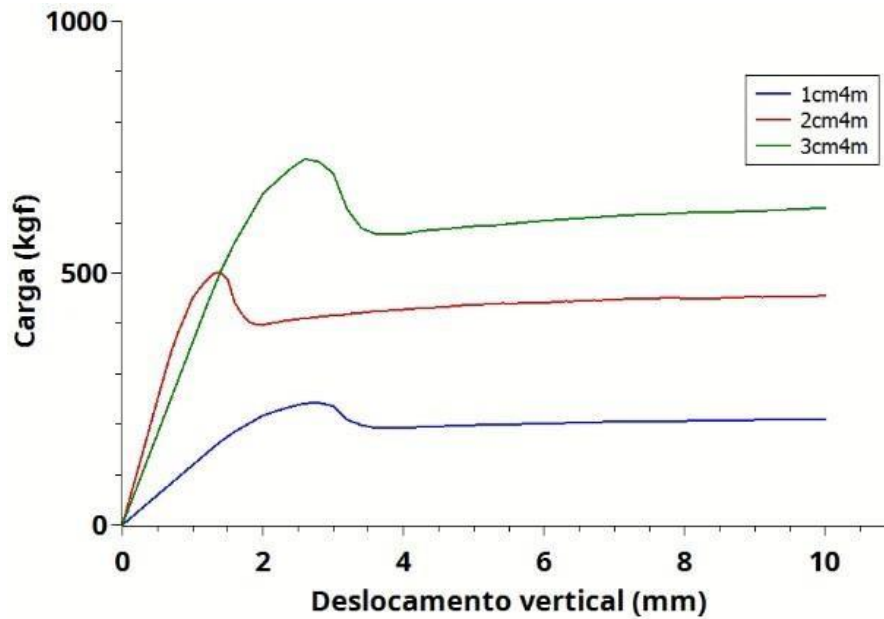
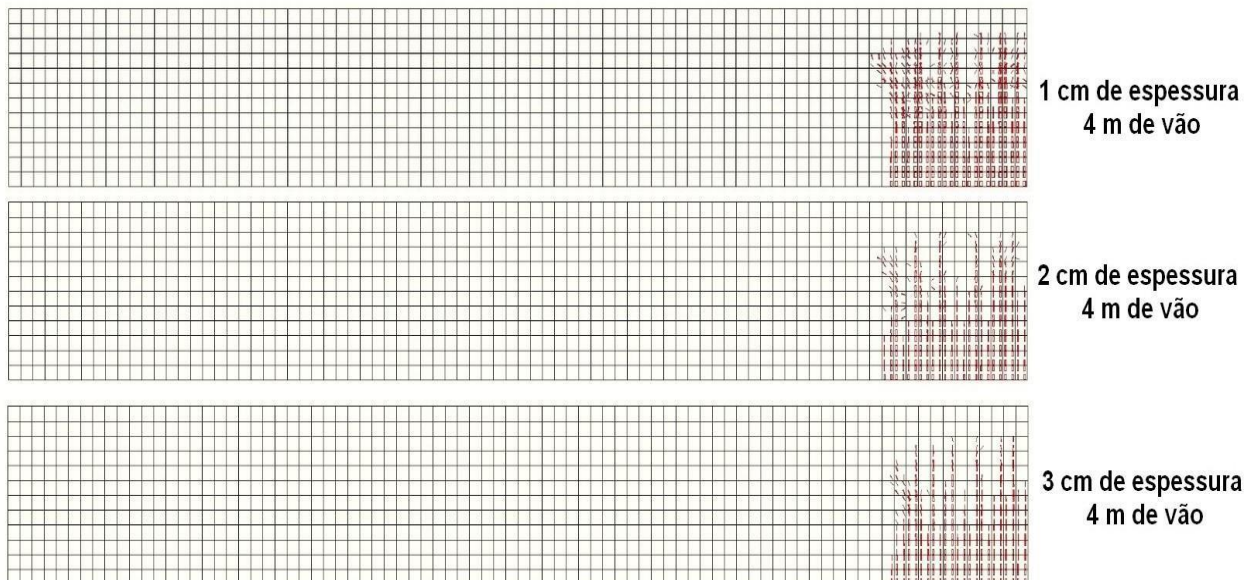


Figura 59 - Mapa de fissuração para formas de 4% de fibras com 3m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).

Formas com 4% de Fibra



4.3.4 Formas permanentes com 6% de fibra, 2m de vão, variando de 1cm a 3cm de espessura

As formas com 6% de fibra seguiram o padrão comportamental das formas com 4% de fibra, sendo possível observar que com maiores espessuras, maiores rigidezes e cargas máximas (ver Figura 60). Além disso, quanto menor for a espessura mais extenso é o campo de fissuração na forma, o que é possível perceber no mapa de fissuração na Figura 61.

Figura 60 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 6% de fibras, 2m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm).

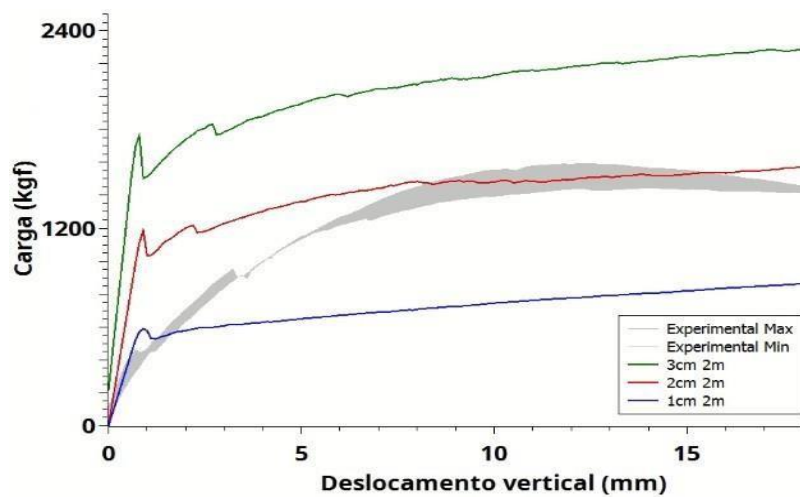
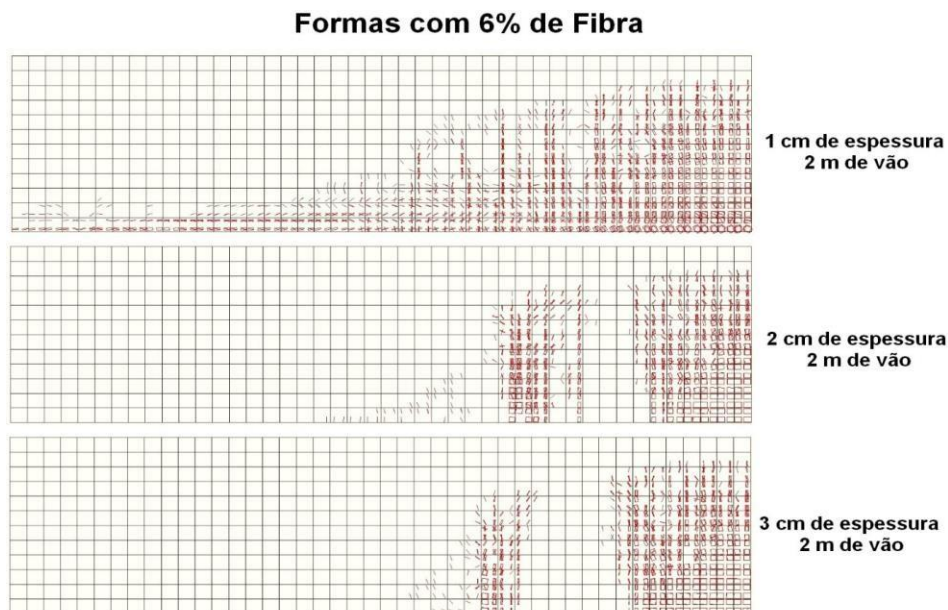


Figura 61 - Mapa de fissuração para formas de 6% de fibras com 2m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).



4.3.5 Formas permanentes com 6% de fibra com 3m de vão variando de 1cm a 3cm de espessura

Da mesma forma que a forma com 3m de vão e 1cm de espessura com 4% de fibras, houve um problema de convergência na modelagem da forma com 3m de vão e 1cm de espessura com 6% de fibra. O comportamento da curva carga-deslocamento pode estar sugerindo uma possível ruptura, já que a curva não tem prosseguimento até o deslocamento final (Figura 62). A não convergência na modelagem também refletiu no mapa de fissuração (Figura 62), mostrando uma estrutura completamente fissurada, em um ponto que os resultados podem não estar mais confiáveis. As demais curvas se comportaram de forma esperada, seguindo o padrão já encontrado de quanto maior a espessura maior a rigidez e a carga máxima.

Figura 62 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 6% de fibras, 3m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm).

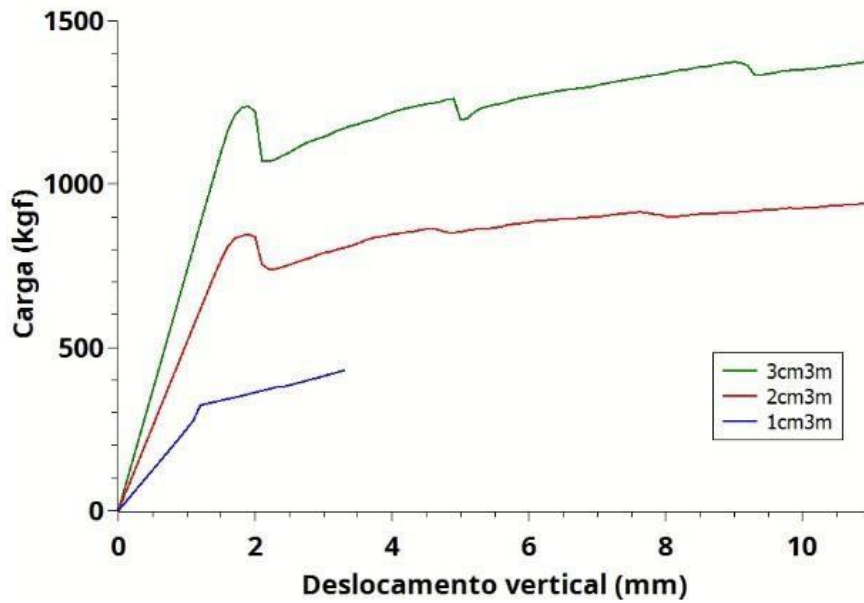
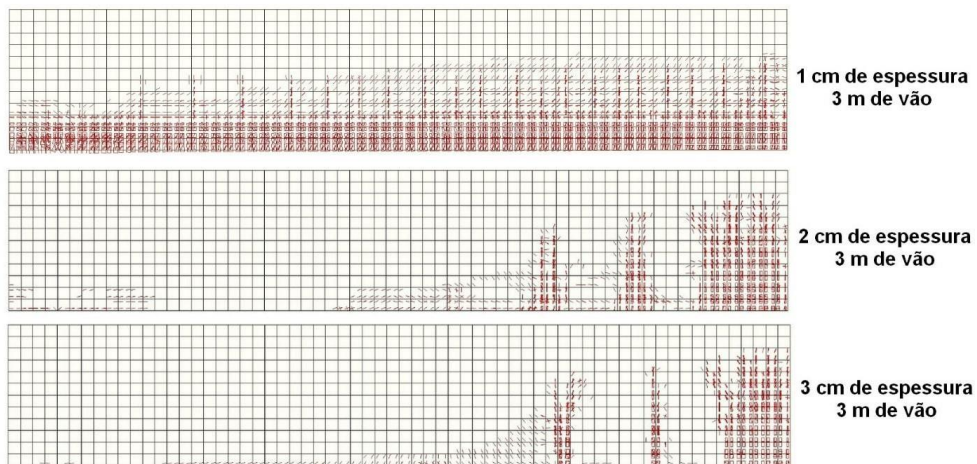


Figura 63 - Mapa de fissuração para formas de 6% de fibras com 3m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).

Formas com 6% de Fibra



4.3.6 Formas permanentes com 6% de fibra com 4m de vão variando de 1cm a 3cm de espessura

As curvas carga-deslocamento encontradas na modelagem das formas com 6% de fibra e 4m de vão (Figura 64) se comportaram de forma esperada, assim como o mapa de fissuração Figura 65, seguindo o padrão das demais apresentadas,

excetuando a forma de 2cm que exibiu rigidez inicial inferior a forma de 1cm. Os mapas de fissuração para todos os casos indicam o aparecimento de múltiplas trincas isoladas.

Figura 64 - Gráficos carga-deslocamento das formas com 6% de fibras, 4m de vão e variando suas espessuras (1cm, 2cm e 3cm).

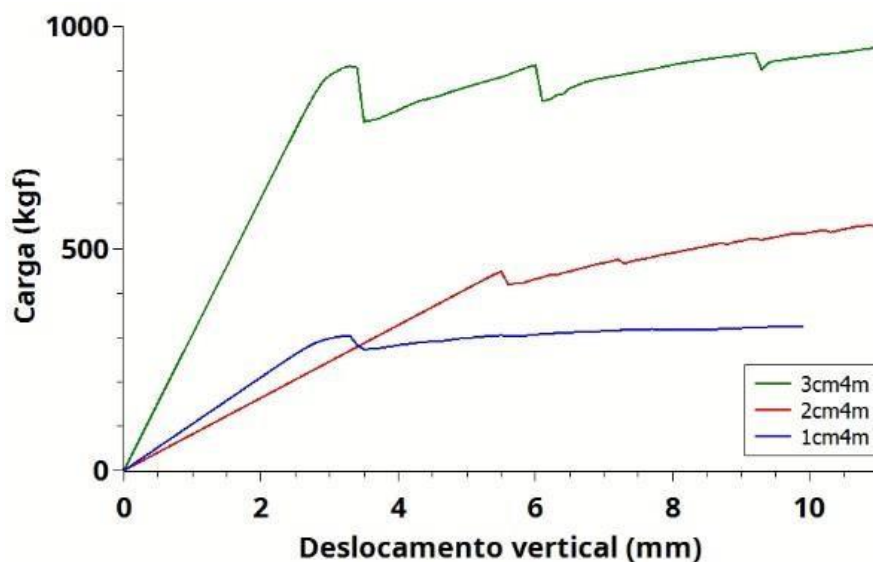
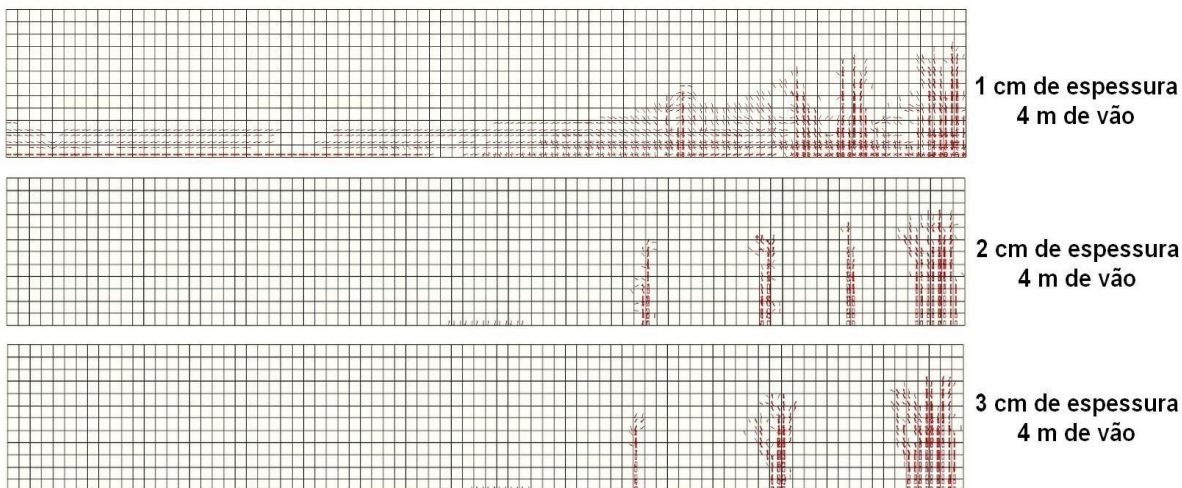


Figura 65 - Mapa de fissuração para formas de 6% de fibras com 4m de vão e variando as espessuras (1cm, 2cm e 3cm).

Formas com 6% de Fibra

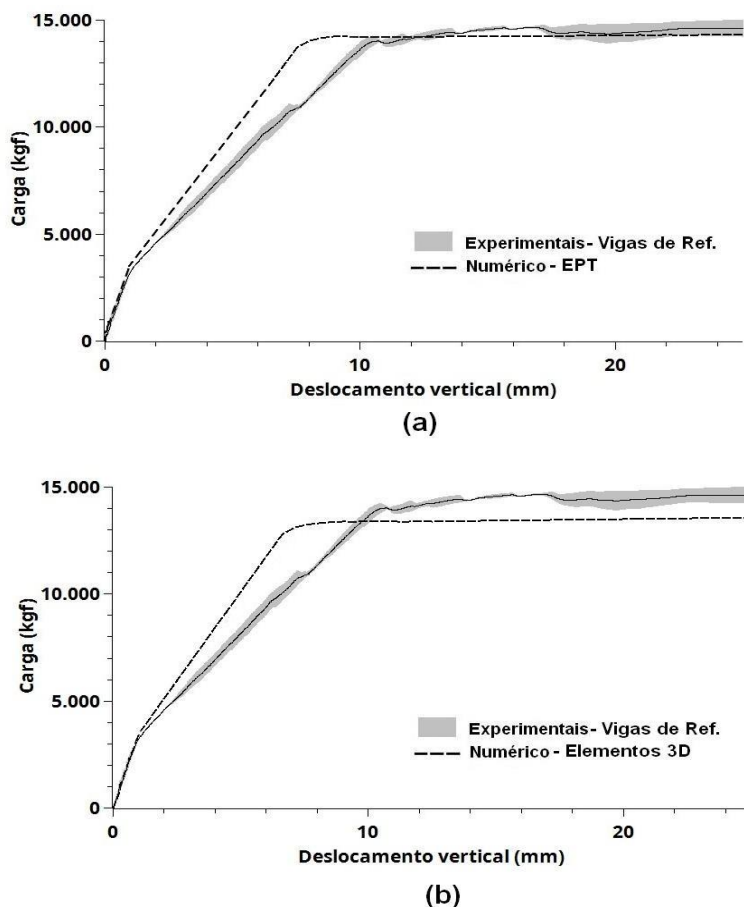


4.4 MODELAGEM DA VIGA DE CONCRETO ARMADO

Na Figura 66 estão apresentados os resultados experimentais e numéricos para a viga de referência de concreto armado. É possível notar uma boa correspondência entre as curvas obtidas numericamente e de forma experimental, principalmente no seu trecho inicial, antes da primeira fissura, e no patamar elastoplástico. Conseguiu-se captar com boa acurácia a carga de primeira fissura tanto na modelagem no estado plano de tensão (Figura 66.a), quanto na modelagem com elementos de sólido (Figura 66.b), que se deu em torno de 3000 kgf. Na segunda parte do trecho linear a curva numérica encontra-se mais rígida do que a experimental para as duas modelagens (elemento sólido 3D e EPT). Tal situação talvez possa ser explicada, dentre outras coisas, pela consideração da aderência perfeita entre as barras de aço e o concreto na modelagem computacional.

Foi possível captar a carga máxima numérica para a modelagem no estado plano de tensão (em torno de 14000 kgf) e para a modelagem com elementos de sólido, a carga máxima foi menor que a carga máxima experimental (em torno de 13500 kgf).

Figura 66 - Comparativo de gráfico carga-deslocamento das vigas de referência de Leite (2019) experimentais com curva numérica (a) no Estado Plano de Tensões (b) com elementos de sólido).

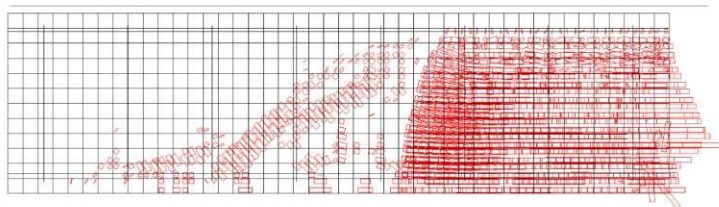


A Figura 67 mostra o mapa de fissuração da viga de referência de Leite (2019) (Figura 67.a), juntamente com as respostas numéricas de fissuração correspondentes ao estado plano de tensão (Figura 67.b) e elementos de sólido (Figura 67.c) extraídas do FEMIX. Vale salientar que a configuração mostrada representa apenas a metade da viga, conforme modelagem. Em ambas as modelagens foi possível perceber que os mapas de fissurações numéricos representaram bem o comportamento de fissuração experimental, identificando as regiões, extensões e inclinações corretas das trincas.

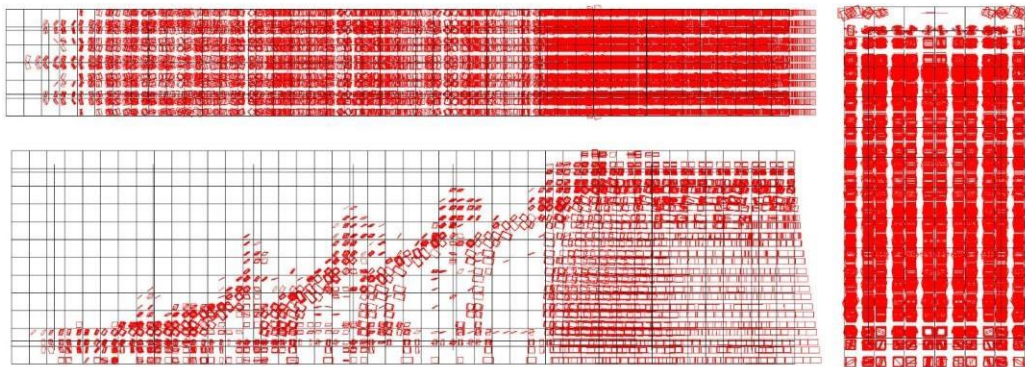
Figura 67 - Comparação de viga de referência (a) no estado plano de tensão e (b) utilizando elementos de sólido.



(a)



(b)

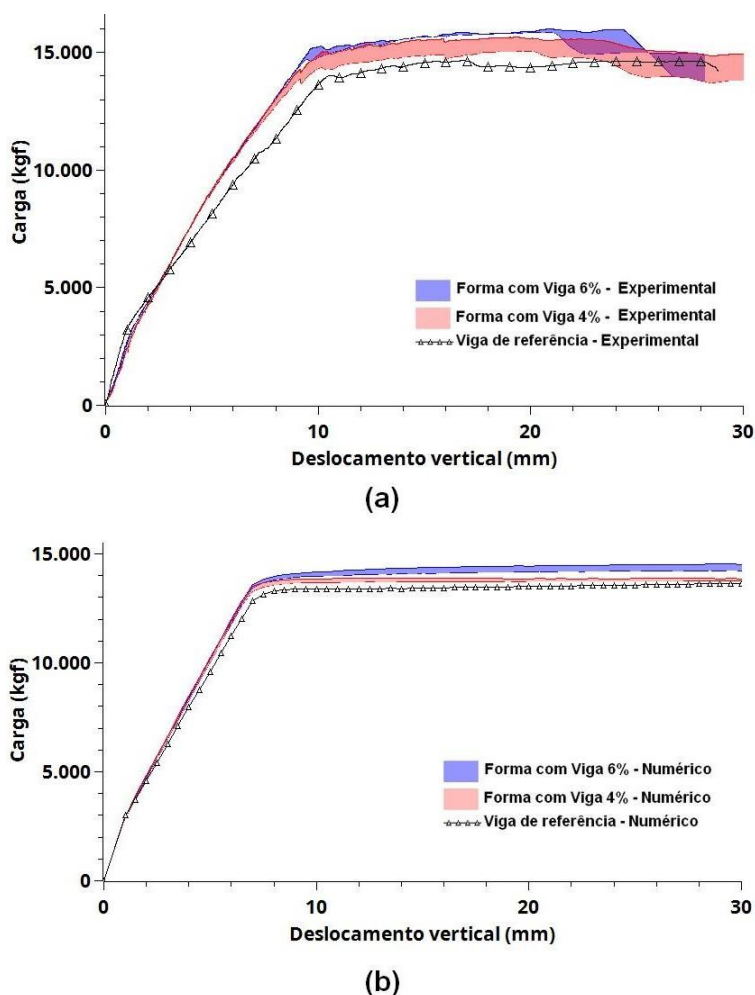


(c)

4.5 MODELAGEM DA VIGA DE CONCRETO ARMADO COM FORMA PERMANENTE

A Figura 68 mostra os resultados experimentais e numéricos das vigas de concreto armado de referência e com forma permanente com 4% e 6% de fibras de sisal.

Figura 68 – Comparativo das curvas carga-deslocamento entre formas com vigas com 4%, 6% de fibras e vigas de referência (a) experimental (b) numérico.

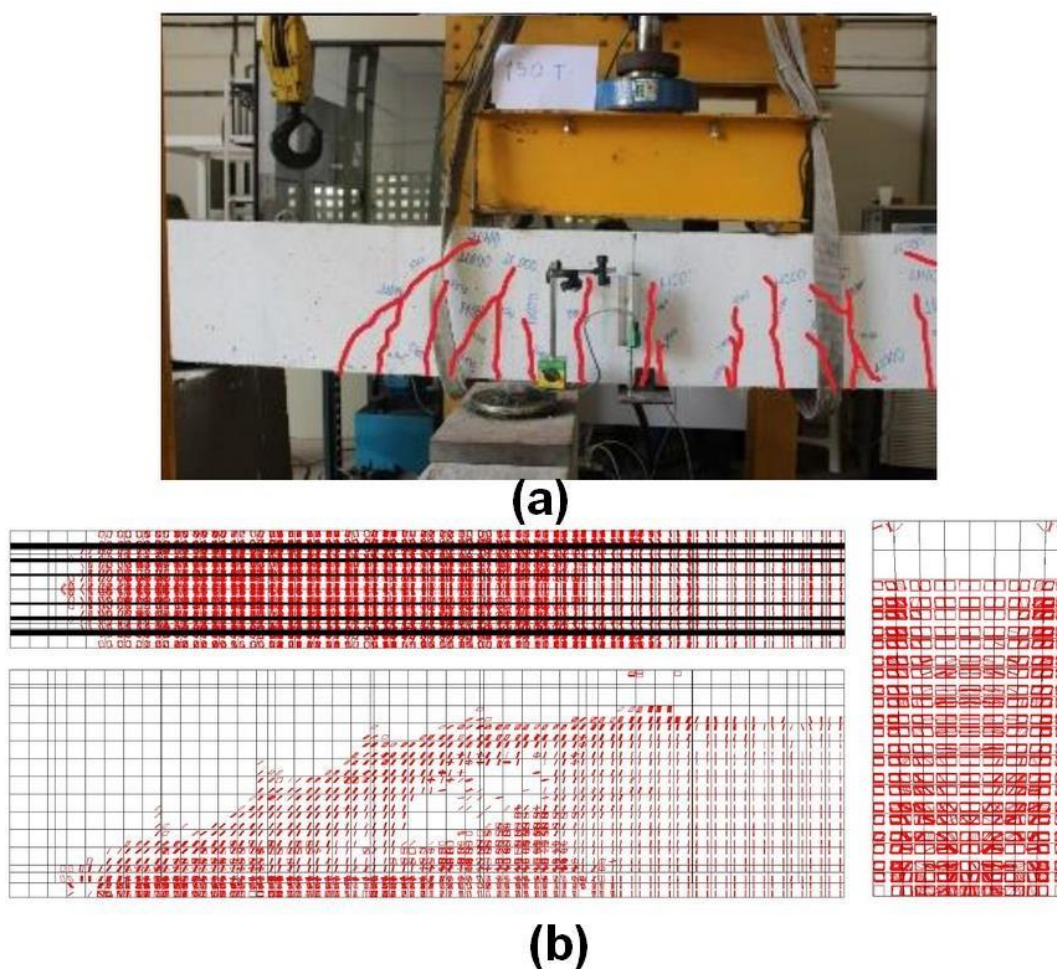


Pode-se notar na Figura 68.a que os resultados de Leite (2019) demonstram o ganho de rigidez e de capacidade de carga máxima dado pela incorporação da forma permanente. Esse mesmo resultado pode ser observado na modelagem computacional, sendo que as curvas com forma de 4% e 6% apresentaram aproximadamente o mesmo comportamento até atingir a carga máxima. A viga com forma de 6% demonstrou um pequeno aumento da carga máxima em relação a de 4%, sendo essa a única diferença notada entre os dois casos.

As cargas máximas de todas as curvas numéricas apresentaram valores pouco abaixo dos experimentais. O modelo numérico conseguiu captar com acurácia as cargas de primeira fissura com valor em torno de 3000 kgf. Foi possível perceber, assim como nos casos das modelagens anteriores, que os resultados numéricos apresentaram uma maior rigidez na segunda parte do trecho linear quando comparado aos resultados experimentais.

A Figura 69 apresenta os mapas de fissuração experimental e numérico da viga de concreto armado com formas permanentes de 4% de fibras, sendo o resultado experimental dado pela Figura 69.a e a resposta numérica de fissuração dada pela Figura 69.b. Da mesma forma, vale salientar que foi modelada apenas a metade da viga com forma.

Figura 69 - Comparação de viga de concreto armado com forma permanente de 4% de fibra (a) experimental (b) utilizando elementos de sólido.

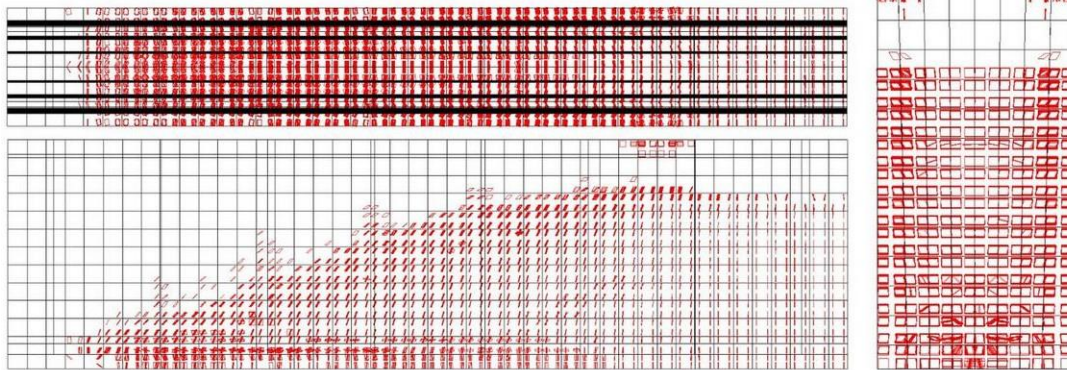


A Figura 70 apresenta o mapa de fissuração da viga de concreto armado com formas permanentes de 6% de fibras (Leite, 2019) (Figura 70.a) juntamente com a resposta numérica de fissuração (Figura 70.b) extraídas diretamente do FEMIX.

Figura 70 -Comparação de viga de concreto armado com forma permanente de 6% de fibra (a) experimental (b) utilizando elementos de sólido.



(a)



(b)

5 CONCLUSÃO

No presente trabalho foi desenvolvida a modelagem computacional e análise de formas permanentes de compósito cimentício reforçado com fibras curtas de sisal para uso em vigas de concreto armado. Para a validação/calibração dos modelos foram utilizados os resultados experimentais de Leite (2019) que estudou tal produto.

Em todos os casos, a malha usada possuía um grau de refinamento suficiente para garantir que os resultados são independentes da malha.

Inicialmente os parâmetros do material compósito foram obtidos por meio da análise inversa dos ensaios de flexão das placas compósitas extraídas das formas via modelagem computacional com FEMIX. Foram obtidos parâmetros para os materiais compósitos com 4% e 6% de fibras de sisal, considerando o ajuste inferior e superior do conjunto das curvas dos ensaios experimentais. Outrossim, foi realizada a calibração do modelo computacional da viga de concreto de referência, a partir dos dados de ensaios, visando modelar o comportamento do conjunto viga mais forma permanente.

A partir das validações/calibrações dos modelos computacionais, foram realizadas as modelagens e análise das formas de 4% e 6% já ensaiada por Leite (2019). Com base nesses parâmetros de calibração os modelos computacionais das formas sob flexão foram realizados e seus resultados demonstraram ser possível usar o FEMIX, com seu modelo de fissuração distribuída, para simular o comportamento mecânico das formas de compósito, sendo possível obter com certo grau de acurácia a rigidez inicial, a carga máxima resistente da estrutura, seu mapa de fissuração, quando submetido a carregamento de ruptura, principalmente para o compósito com 4% de fibras. Por outro lado, a rigidez da forma após início da fissuração foi difícil de representar, necessitando ajustar o modelo para além da caracterização do material compósito.

A modelagem computacional das formas foi realizada com elementos de cascas e elementos sólidos, sendo os melhores resultados dados, em geral, quando usando elementos de casca.

As vigas de concreto armado de referência foram validadas/calibradas com elementos sólidos 3D e estado plano de tensão, sendo possível captar a rigidez inicial, a carga de primeira fissura e a carga máxima. Porém, a rigidez pós primeira fissura não foi modelada adequadamente, talvez pela consideração de ligação perfeita (sem deslizamento) entre matriz de concreto e barras de reforço de aço.

Realizou-se um estudo paramétrico com as formas permanentes modeladas com elementos de casca, onde foi possível perceber que o comprimento do vão e variação de espessura interferem diretamente na rigidez da estrutura, bem como nas

cargas máximas que a estrutura pode suportar, como esperado. Os resultados do estudo paramétrico conseguiram demonstrar de forma clara tais comportamentos e a quantificação dessa influência, permitindo a otimização das formas para se obter desejadas características mecânicas.

Por fim, foi possível modelar as vigas em concreto armado incorporando as formas permanentes e os resultados alcançados, em relação à curva carga x deslocamento, tem uma excelente concordância com os resultados experimentais e a maioria dos fenômenos sendo adequadamente representados. As rigidezes do conjunto viga+forma não são alteradas pelo uso de formas com 4% ou 6% de fibras, mas há um leve ganho da carga máxima pelo uso da forma. Vale salientar também que como a rigidez da viga de concreto armado é muito maior do que a forma, os defeitos e imperfeições geométricas e de materiais que causavam grandes mudanças no comportamento das formas não afetam o conjunto viga+forma, fazendo com que seu comportamento seja mais previsível pelo modelo computacional.

REFERÊNCIAS

ABREU, L. A. L., **Uso de fôrmas permanentes de placas de argamassa armada em pontes vicinais**. Dissertacao (mestrado), Universidade Federal de Uberlandia, Uberlandia, 2014.

ALVES, L. M. **Modelagem e Simulação do Campo Contínuo com Irregularidades: Aplicações em mecânica da Fratura com Rugosidade**. Tese de Doutorado, UFP, Curitiba-PR, 2011.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - **Finite Element Analysis of Fracture in Concrete Structures: State-of-the-Art**. 1997.

ANDERSON, T.L., **Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications**. CRC Press Department of Mechanical Engineering, Texas, USA, 1995.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. Formas e escoramentos para estruturas de concreto – Projeto, dimensionamento e procedimentos executivos, Rio de Janeiro. **NBR 15696:2009**.

BAGHI, H.; BARROS, J.A.O.; REZAZADEH, M. **Shear Strengthening of Damaged Reinforced Concrete Beams with Hybrid Composite Plates**. Composite Structures, 2017. p. 353-371.

BAZANT, Z. P.; OH, B. H. **Crack Band Theory for Fracture of Concrete**. Materials Structures, v. 93, p. 155-177, 1983.

BENTUR, A.; MINDESS, S. **Fibre Reinforced Cementitious Composites**. Modern Concrete Technology Series. 2ª ed. Taylor & Francis, London and New York, 2007.

BLUM, E. **A maldição do Amianto**. Revista Época, 16 de abril de 2001.

Comité Euro-International du Béton. CEB-FIP Model Code 1990. Lausanne, 1993.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 2010. **CEB Bulletin n. 65 e 66**, 2010.

CHEN, A. C. T. e CHEN, W. F. Constitutive Relations for Concrete. **Journal of Engineering Mechanics Division**, ASCE. V. 101, p. 465-481, 1975.

CHEN, W. F.; HAN, D. J.. **Plasticity for Structural Engineers**, New York: Springer-Verlag, 1988.

CRUZ, J. M. S.; BARROS, J.; AZEVEDO, A.; GOUVEIA, A. V. **Numerical Simulation of the Nonlinear Behavior of RC Beams Strengthened with NSM CFRP Strips**. CMNE/CILAMCE, 2007.

CRUZ, J. M. S. **Strengthening of Concrete Structures with Near-surface Mounted CFRP laminate strips**. Tese de Doutorado, Universidade do Minho, Portugal, 2005.

DANIEL I. M.; ISHAI, Ori. **Engineering Mechanics of Composite Materials**, 2ª Ed. Oxford University Press, New York, 2006.

DANTAS, R. R., ROCHA, M.J.M.A., LIMA, P.R.L., SANTOS, G.J.B. **Análise Numérica de Formas Permanentes em Compósitos de Fibras Curtas de Sisal para Produção de Vigas em Concreto Armado**. Anais do 61º Congresso Brasileiro do concreto CBC 2019, Fortaleza, 2019.

D'ÁVILA, V.M.R. **Estudo Sobre Modelos de Fissuração de Peças de Concreto Armado via Método dos Elementos Finitos**. Tese de doutorado, UFRGS, Porto Alegre, 2003.

ESMAEELI, E.; BARROS, J.A.O. **Flexural Strengthening of RC Beams using Hybrid Composite Plate (HCP): Experimental and Analytical Study**. Composites Part B, p 604-620, 2015.

FAHMY, Ezzat H.; ZEID, Mohamed N. Abou; SHAHEEN, Yousry B. I.; ABDELNABY, Ahmed Mahdy. Permanent ferrocement forms: a viable alternative for construction of concrete beams. In: Conferência Our World in Concrete & Structures, 30, 2005, Singapura. **Anais eletrônicos...** Singapura: CI-Premier PTE LTD, 2005.

FAHMY, E.H.; SHAHEEN, Y.B.I.; ABDELNABY, A.M.; ZEID, M.N.A. **Applying the Ferrocement Concept in Construction of Concrete Beams Incorporating**

Reinforced Mortar Permanent Forms. International Journal of Concrete Structures and Materials. v. 8, p. 83-97, 2014.

FEENSTRA, P.; de BORST, R. **Constitutive Model for Reinforced Concrete.** Journal of Engineering Mechanics. V. 121, p. 587-595, 1995.

FERREIRA, S.R.; SILVA, F.A.; LIMA, P.R.L.; TOLEDO FILHO, R.D. Effect of hornification on the structure, tensile behavior and fiber matrix bond of sisal, jute and curauá fiber cement based composite systems. Construction and Building Materials, v.139, pg. 551-561, 2017.

FIDELIS, M.E.A. **Desenvolvimento e Caracterização Mecânica de Compósitos Cimentícios Têxteis Reforçados com Fibra de Juta.** Tese (Doutorado em Engenharia Civil)-COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

FRAZÃO, C.; BARROS, J. R. TOLEDO FILHO, S. F., GONÇALVES, D. **Development of sandwich panels combining Sisal Fiber-Cement Composites and Fiber-Reinforced Lightweight Concrete.** Cement and Concrete Composites, 2017, doi: 10.1016/j.cemconcomp.2017.11.008.

GAMINO, A. L. **Modelagem Física e Computacional de Estruturas de Concreto Reforçadas com CFRP.** Tese de Doutorado, EPUSP, São Paulo, 2007.

GOUVEIA, V.; BARROS, J.; AZEVEDO, A.; CRUZ, J.S. **Implementação da técnica do arc-length e Métodos Relacionados no Programa de Elementos Finitos FEMIX.** Relatório 06-DEC/E-20. Universidade do Minho, Instituto Politécnico de Viseu, Universidade do Porto. Portugal, 2006.

GOWDA, C.C.; BARROS, J.A.O; GUADAGNINI, M. **Experimental Study of Torsional Strengthening on Thin Walled Tubular Reinforced Concrete Structures using NSM-CFRP Laminates.** Composite Structures, p. 585-599, 2019.

GUIMARÃES, S. da S. **Some experiments in vegetable fiber-cement composites.** Informe Técnico do Centro de Pesquisa e Desenvolvimento-CEPED. [S.l.]: CEPED, 1987.

HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSON, P.E. **Analysis Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements**. Cement and Concrete Research, v.6, p.773-782,1976.

HUANG, B. T.; LI, Q.H.; XU, S.L.; LI, C.F. **Development of reinforced ultra-high toughness cementitious composite permanent formwork: Experimental study and Digital Image Correlation analysis**. Composite Structures, p.892-903, 2017.

KOSKELA, L. **Application of the New Production Philosophy to Construction**. Salford: Center for Integrated Facility Engineering (CIFE Technical Report, n. 72), 1992.

KOSKELA, L. **The Theory of Project Management: Explanation to Novel Method**. Proceeding of the International Group of Lean Construction (IGLC-10), 10th Annual Conference. Gramado, Brasil, 2004.

KWAK, H. G.; FILIPPOU, F. C. **Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Monotonic Loads**. Berkeley, CA, Estados Unidos, 1990.

LEITE, D. L. **Forma Permanente Pré-Fabricada em Concreto Reforçado com Fibra Vegetal para Viga de Concreto Armado**. Dissertação de Mestrado. UEFS, Feira de Santana, 2019.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. **Mechanics of Solid Materials**, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

LEUNG, C. K. Y.; CAO, Q. **Development of Pseudo-ductile Permanent Formwork for Durable Concrete Structures**. Materials and Structures, p. 993-1007, 2010.

LI, Yan; HU, Chunjing; YU, Yehong. Interfacial studies of sisal fiber reinforced high density polyethylene (HDPE) composites. **Composites Part A: applied science and manufacturing**, v. 39, p. 570-578, 2008.

LIMA, P.R.L. **Análise Teórica e Experimental de Compósitos Reforçados com Fibras de Sisal**. Tese de Doutorado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

LIMA, P. R. L.; TOLÊDO FILHO, R. D.; LIMA, J. M. F. **Mecanismo de Fissuração sob Tração Direta de Compósitos Cimentícios Reforçados com Fibras Curtas de Sisal.** ENGEVISTA, V. 15, n. 1, p. 95-103, 2013.

LIMA, P. R.L.; BARROS, J.A.O.; SANTOS, D.J.; FONTES, C.M.; LIMA, J.N.F; FILHO, R.T. **Experimental and Numerical Analysis of Short Sisal Fiber-cement Composites Produced with Recycled Matrix.** European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2017.

LIMA, P. R.L.; BARROS, J.A.O.; ROQUE, A.B.; FONTES, C.M.; LIMA, J.N.F. **Short Sisal Fiber Reinforced Recycled Concrete Block for one-way Precast Concrete Slabs.** Construction and Building Materials, p. 620-634, 2018.

LOURENÇO, L.; ZAMANZADEH, Z.; BARROS, J.A.O; REZAZADEH, M. **Shear Strengthening of RC Beams with Thin Panels of Mortar Reinforced with Recycled Steel Fibers.** Journal of Cleaner Production, p 112-126, 2018.

LUBARDA, V.A. e KRAJCINOVIC, D. Constitutive Structure of Rate Theory of Damage in Brittle Elastic Solids. Applied Mathematics and Computation , v. 67, p. 81-101, 1995.

MEDEIROS, A. **Estudo do Comportamento à Fadiga em Compressão do Concreto com Fibras.** Tese de Doutorado, PUC, Rio de Janeiro, 2012.

MEHTA, K. e MONTEIRO, P.J.M, **Concreto. Microestrutura, Propriedades e Materiais.** 3ª Ed. Ibracon, São Paulo, pg. 674, 2008.

MELO FILHO, J.A., **Durabilidade Química e Térmica e Comportamento Mecânico de Compósitos de Alto Desempenho Reforçados com Fibras de Sisal.** Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2012.

MENIN, R.C.G., TRAUTWEIN, L.M., BITTENCOURT, T.N. **Smearred Crack Models for Reinforced Concrete Beams by Finite Element Method.** Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, V.2, p. 166 – 200, 2009.

MIER, J. G. M. van. Fracture Processes of concrete: assessment of material parameters for fracture models , New York, CRC Press Inc., 1997.

OHNO, J. **Toyota Production System. Beyond Large-scale Production.** Portland, Oregon: Productivity Press. p. 17-44. 1997

PACHECO, T.M. **Influência do Modelo de Fissuração na Modelagem em Elementos Finitos de Vigas de Concreto Armado.** Dissertação de Mestrado, UEFS, Feira de Santana, 2013.

PARAMESWARAN, V.S; KRISHNAMOORTHY, T.S.; BALASUBRAMIAN, K. **Current research and applications of fiber reinforced concrete composites in India.** In Edythe Traylor Crump, International Symposium on Recent Developments in Concrete Fiber Composites. 1989.

PENNA, S.S. **Formulação Multipotencial para Modelos de Degradação Elástica: Unificação Teórica, Proposta de Novo Modelo, Implementação Computacional e Modelagem de Estruturas de Concreto.** Tese de Doutorado, UFMG, Belo Horizonte, 2011.

PENNA, S.S.; PITANGUEIRA, L.S.; FUINA, J.S. **Estudo Comparativo de Modelos de Fissuração Distribuída para Estruturas de Concreto.** Semina: Ciências Exatas e Tecnologia. v. 34, n.2, p. 211-228, 2013.

PITUBA, J. J. C.. **Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo .** São Carlos (SP); 1998. [Dissertação de mestrado em Engenharia Estrutural - Universidade de São Paulo (USP)].

RAHUMAN, A.; YESHIKA, S. **Study on Properties of Sisal Fiber Reinforced Concrete with Different Mix Proportions and Different Percentage of Fiber Addition.** International Journal of Research in Engineering and Technology. v. 4, p. 2321-7308, 2015.

RASHID, Y.R. **Ultimate Strength Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels.** Nuclear Engineering and Design 7, 334-344, 1968.

ROCHA, M. J. M. A. **Efeito da Resistência ao Cisalhamento do Concreto na Flexão de Lajes de Concreto Armado.** Dissertação de Mestrado, UEFS, Feira de Santana - BA, 1997.

ROSENTHAL, I; BLJUGER, F. Bending behaviour of ferrocement-reinforced concrete composite beam. In: Valis, Jacques (ed.). **Journal of ferrocement**. v. 15, n. 1, p. 15-24, [S.l.]: International Ferrocement Information Center, 1985.

ROTS, J.G., BLAAUWENDRAAD, J. **Crack Models for Concrete: Discrete or Smeared? Fixed, Multi-directional or Rotating?** HERON, v.34,n.1,1989.

SANTOS, G. J. B. **Modelagem em Elementos Finitos do Comportamento Mecânico Não-Linear de Vigas Compósitas de Matriz Cimentícia com Reforço de Fibras Longas**. Dissertação de Mestrado, UEFS, Feira de Santana, 2009.

SHAH, S.P.; SWARTZ, S.E.; OUYANG, C. **Fracture Mechanics of Concrete. Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock and Other Quasi-Brittle Materials**. New York, John Wiley & Sons inc. 1995

SILVA F.A., MOBASHER B., TOLEDO FILHO, R.D. **Cracking Mechanisms in Durable Sisal Reinforced Cement Composites**. Cement & Concrete Composites, V. 31, pp. 721–730, 2009.

SUINAGA, F. A.; SILVA, O. R. R. F. da; COUTINHO, W. M.; COSTA, L. B.; CARTAXO, W. V. Cultivo de sisal na região semi-árida do Nordeste brasileiro. Campina Grande: Embrapa Algodão, 42 p. 2006. (Embrapa Algodão, Sistema de Produção, 5)

TAWAB, Alaa Abdel; FAHMY, Ezzat H.; SHAHEEN, Yousry B. Use of permanent ferrocement forms for concrete beam construction. **Materials and Structures**. v. 45, p. 1319-1329, 2012.

TOLEDO FILHO, R. D. **Materiais Compósitos Reforçados com Fibras naturais: Caracterização Experimental**, Tese de Doutorado, DEC-PUC-Rio / DEC-Imperial College- Londres, Rio de Janeiro, 1997.

VELASCO, R. V., FARAGE, M. C. R., GONCALVES, J. P. et al., **Desenvolvimento e caracterização mecânica de matrizes a base de cimento para a produção de laminados de baixo impacto ambiental**. Jornadas Sud-Americanas de Ingenieria Estructural. Maio, 2004.

WEIHE, S.; KROPLIN, B.; de BORST, R. **Classification of Smeared Crack Models Based on Material and Structural Properties.** International Journal of Solids and Structures, v. 35, p. 1289-1308, 1998.

YU, C.; LEUNG, C.K.Y.; CAO, Q. **Behavior of Concrete Members Constructed with SHCC/GFRP Permanent Formwork.** Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, 2010.